Gymnasium Stein	**Grundwissenkatalog Mathematik**	Jahrgangsstufe **7**

Wissen/Können	**Beispiele**
Berechnen von Termwerten	$T(x;y) = (5 + x) \cdot 2 - y : 4$ Berechne $T(7{,}3;\ \frac{2}{7})$! $[24\frac{37}{70}]$
Aufstellen und Interpretieren von Termen	Die nebenstehenden Figuren bestehen aus gleichseitigen Dreiecken der Seitenlänge eins. Aus wie vielen Strecken der Länge eins setzt sich eine Figur zusammen, deren Unterseite die Länge 3 bzw. 4 bzw. n besitzt?  *Strategie:* Erst mit einfachen Zahlen probieren (Zeichnung): $T(3) = 11$; $T(4) = 15$ Dann verallgemeinern: $T(n) = 4n - 1$
Umformen von Produkten, Potenzen	Die folgenden Aufgaben vergleichen jeweils die Rechenregeln für Addition bzw. Subtraktion mit den Regeln für Multiplikation bzw. Division. $2a^3 \cdot 5a^3 = 10a^6$ $2a^3 - 5a^3 = -3a^3$ $2a^2 \cdot 7b^3 = 14a^2b^3$ $2a^2 - 7b^3$ geht nicht $8p^5 - p^5 = 7p^5$ $8p^5 \cdot p^5 = 8p^{10}$ $4p^5 : 8p^5 = \frac{1}{2}$ $p^5 : p^2 = p^3$ $7s^5 - s^4$ geht nicht $7s^5 \cdot s^4 = 7s^9$ $\left(1\frac{2}{3}g\right)^2 = \left(\frac{5}{3}g\right)^2 = \frac{25}{9}g^2 = 2\frac{7}{9}g^2$ $\left(1\frac{2}{3}g\right) \cdot 2 = 2\frac{4}{3}g = 3\frac{1}{3}g$
Klammer-Regeln, Vereinfachung von Termen	Vereinfache so weit wie möglich: $8{,}5a - [-3d - (-6{,}01a + 2{,}6ad)] - 16{,}5ad + (-4d + 9ad)$ $[2{,}49a - d - 4{,}9ad]$ $-3 \cdot (ab)^2 + b^2 \cdot (-2a)^2 + (-a^2) \cdot (-b)^3$ $[a^2b^2 + a^2b^3]$ $(15ab) : 3 - 21 \cdot \frac{b}{6}(a : 7)$ $[4\frac{1}{2}ab]$
Multiplikation von Summen	Multipliziere aus und vereinfache: $(x+7)(x-6) - (3x^2 + 2x - 5y)(x+2)$ $[-3x^3 - 7x^2 - 3x + 10y + 5xy - 42]$ $(c^2 - 7)^2 = (c^2 - 7)(c^2 - 7) = c^4 - 14c^2 + 49$
Faktorisieren	Verwandle in ein Produkt: $14a^3x^2 + 35ax^3 = 7ax^2(2a^2 + 5x)$ *Probe:* Beim Ausmultiplizieren der rechten Seite erhält man wieder die linke Seite. Klammere –3 aus: $12a - 15b + 2c = -3\left(-4a + 5b - \frac{2}{3}c\right)$ *Tipp:* Dividiere jeden Summanden durch den auszuklammernden Faktor.
Lösen von linearen Gleichungen	Bestimme die Lösung: $19 - 2\left(\frac{1}{3}x + 2\right) = 34 + 4(x - 3)$ $[x = -1{,}5]$
Gleichungen, die sich auf lineare Gleichungen zurückführen lassen	$3x(x + 8) = 0$ $[x = -8$ oder $x = 0]$ $3x^3 = 6x^4 \Leftrightarrow 3x^3 - 6x^4 = 0 \Leftrightarrow 3x^3(1 - 2x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ oder $x = 0{,}5$ Ein Produkt ist genau dann null, wenn mindestens einer seiner Faktoren null ist.
Spezialfälle linearer Gleichungen erkennen	Bestimme die Lösung: $19 - 2(5x + 2) = 15 - 10x$ [Allgemeingültige Gleichung. Jede Zahl ist Lösung.] Bestimme die Lösung: $19 - 5(2x + 2) = 12 - 10x$ [Widersprüchliche Gleichung. Es gibt keine Lösung.]
Umsetzen von Texten in lineare Gleichungen	Vergrößert man in einem Quadrat gleichzeitig die eine Seite um 1 cm und die andere um 3 cm, so entsteht ein Rechteck, dessen Fläche um 13 cm^2 größer ist als die des Quadrats. Wie lang ist die Quadratseite? Sei x die Seitenlänge des Quadrats in cm. $(x + 1)(x + 3) = x^2 + 13 \Rightarrow x = 2{,}5$.

A.: Die Quadratseite ist 2,5 cm lang.

Anna ist jetzt doppelt so alt wie Paul. Vor 11 Jahren war Anna dreimal so alt wie Paul (damals). Wie alt sind beide jetzt?

	heute	damals
Paul	x	x – 11
Anna	2x	2x – 11

Sei x das Alter von Paul heute.

Die Tabelle rechts führt zu dem Ansatz:

$(x - 11) \cdot 3 = 2x - 11$

$3x - 33 = 2x - 11$

$x = 22$; A.: Paul ist heute 22 Jahre alt, Anna 44.

Probe: Vor 11 Jahren war Paul 11 und Anna 33, also dreimal so alt wie Paul.

Diagramme, Prozentrechnung

Welcher Mittelpunktswinkel gehört in einem Kreisdiagramm zu einem Sektor mit 15% Flächeninhalt?

$$\frac{15\% \cdot 360°}{100\%} = 0{,}15 \cdot 360° = 1{,}5 \cdot 36° = 54°$$

Ein Taschenrechner wird zuerst 40% teurer, dann 20% billiger. Nun kostet er 22,40 €. Wie viel hat er anfänglich gekostet?

x = anfänglicher Preis

$x \cdot 1{,}40 \cdot 0{,}80 = 22{,}40$ €

$1{,}12x = 22{,}40$ €

$x = 22{,}40$ € $: 1{,}12$

$x = 20$ €

Achsen- und punkt-symmetrische Figuren

Konstruktion eines Bildpunkts

Mittelsenkrechte

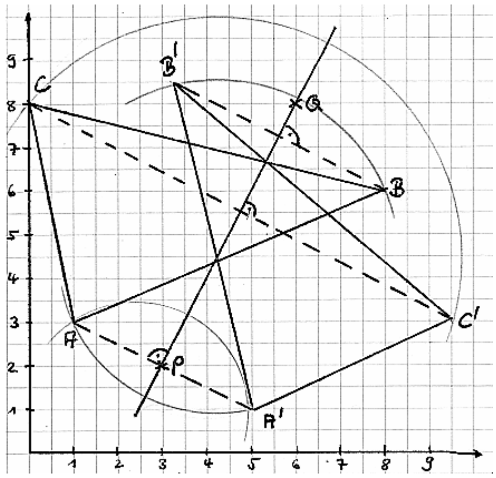
Strecke halbieren

Winkel halbieren

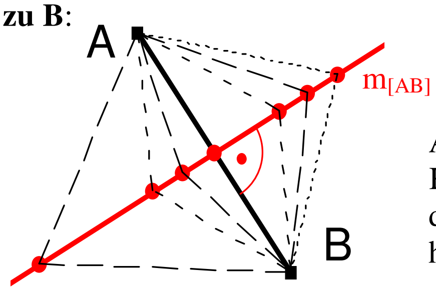
Lot fällen

Lot errichten

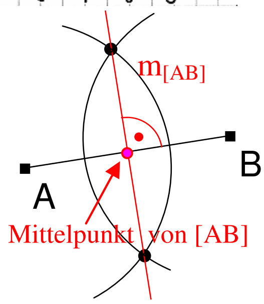
Gegeben ist das Dreieck ABC durch die Punkte A(1 | 3), B(8 | 6) und C(0 | 8) sowie die Symmetrieachse a durch Q(6 | 8) und P(3 | 2). Spiegle Δ ABC an der Achse a!

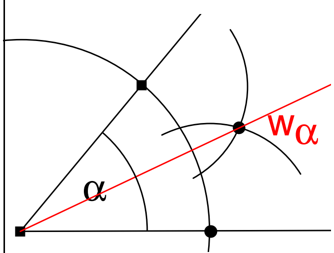


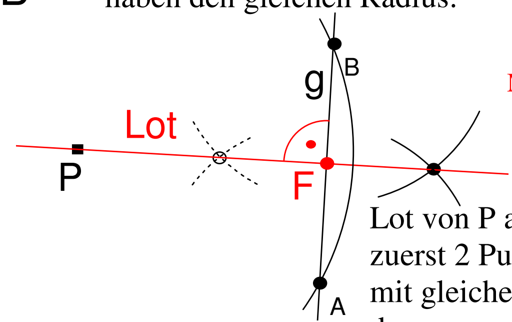
Die **Mittelsenkrechte $m_{[AB]}$** einer Strecke [AB] (= Spiegelachse!) besteht genau aus allen Punkten, deren **Entfernung zu A genauso groß ist wie zu B**:



Anwendung bei der Konstruktion von $m_{[AB]}$: die Kreise um A und B haben den gleichen Radius:



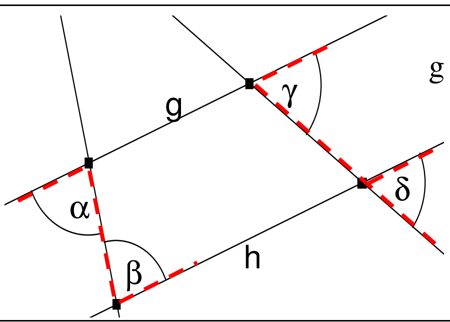




Lot von P auf g : Konstruiere zuerst 2 Punkte A und B auf g mit gleichem Abstand zu P, dann $m_{[AB]}$

Wechselwinkel und Stufenwinkel an parallelen Geraden

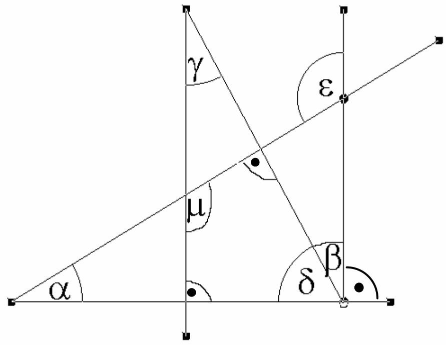
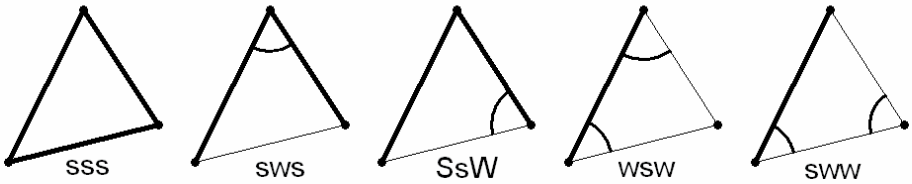
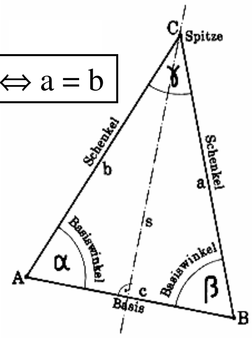
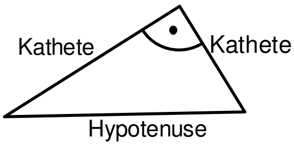
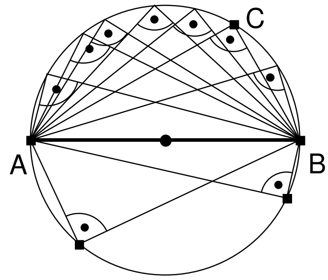
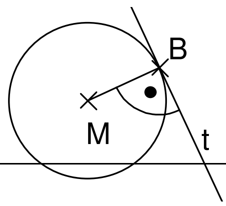
Winkelsumme im Dreieck und im Viereck

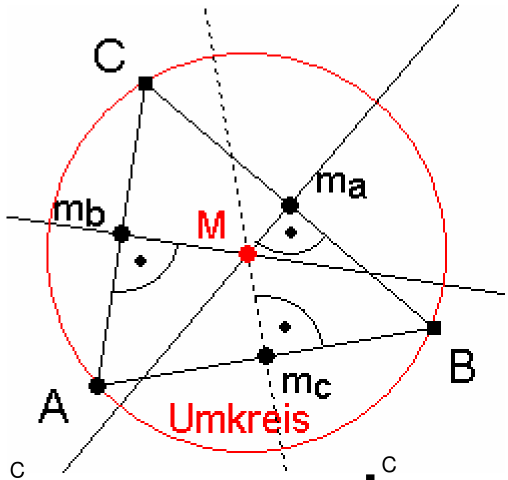
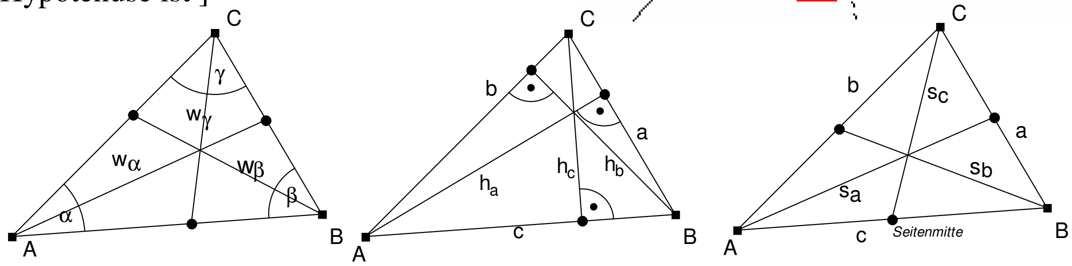
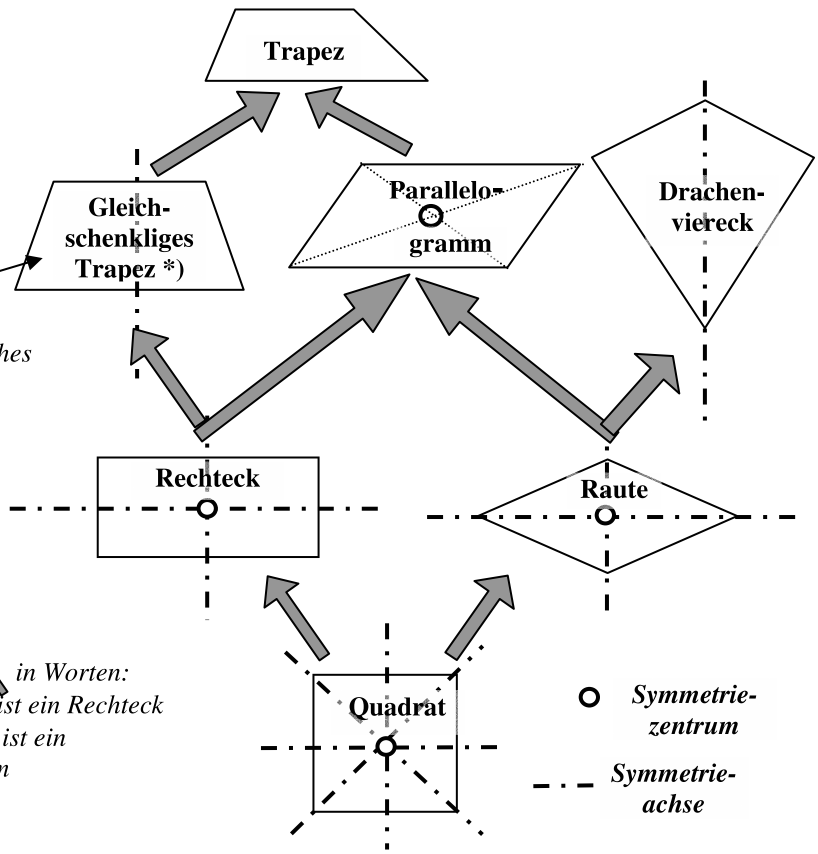


$$g \parallel h \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \beta \text{ (Wechselwinkel ; Z-Winkel)} \\ \gamma = \delta \text{ (Stufenwinkel; F-Winkel)} \end{cases}$$

Innenwinkelsumme im Dreieck : 180°

Innenwinkelsumme im Viereck : 360°

Anwendung: Winkel-berechnungen	Wie groß sind in der nebenstehenden Figur die Winkel β, γ, δ, μ und ε, wenn der Winkel $\alpha = 32°$ bekannt ist? (Begründungen!)  $\delta = 90^0 - \alpha = 58^0$ (Winkelsumme im Δ) $\gamma = 90^0 - \delta = 32^0$ (Winkelsumme im Δ) $\beta = \gamma$ (Wechselwinkel an parallelen Geraden) $\mu = 360^0 - 2 \cdot 90^0 - \delta = 128^0$ (Wisu. im $\square$) $\varepsilon = \mu$ (Wechselwinkel an parallelen Geraden)
Kongruenz von Figuren Kongruenzsätze für Dreiecke Anwendung: Einfache Konstruktion von Dreiecken	Zeichne a) ein Parallelogramm ABCD b) ein achsensymmetrisches Trapez ABCD mit den Schenkeln [AD] und [BC]. Zeichne die beiden Diagonalen ein. Ihr Schnittpunkt soll S heißen. Welche Teildreiecke der Gesamtfigur sind jeweils kongruent? a) $\Delta ASD \cong \Delta CSB$, $\Delta ABS \cong \Delta CDS$, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ und $\Delta ABC \cong \Delta CAD$. b) $\Delta ASD \cong \Delta BSC$, $\Delta ACD \cong \Delta BDC$ und $\Delta ABD \cong \Delta BAC$.  Konstruiere ein Dreieck ABC aus a = 5,3 cm, c = 3,9 cm und $\gamma = 40°$. Miss die Länge der Seite b. [b_1 = 2,2 cm, b_2 = 6,0 cm]
Gleichschenkliges Dreieck Spezialfall gleichseitiges Dreieck: alle Seiten gleich lang; alle Innenwinkel 60°	In einem gleichschenkligen Dreieck ist ein Winkel φ bekannt. Berechne die übrigen Winkel: a) $\varphi = 110^0$ b) $\varphi = 50^0$ (2 Fälle!) Gleichschenkliges Dreieck $\boxed{\alpha = \beta \Leftrightarrow a = b}$  a) φ kann kein Basiswinkel sein, da sonst die Winkelsumme zu groß wäre. Die beiden Basiswinkel sollen α und β heißen. Dann gilt: $\alpha = \beta = (180° - \varphi) : 2 = (180° - 110°) : 2 = 70° : 2 = 35°$ b) *Fall 1:* φ ist Winkel an der Spitze. Wie in a) gilt: $\alpha = \beta = (180° - \varphi) : 2 = (180° - 50°) : 2 = 130° : 2 = 65°$ *Fall 2:* φ ist Basiswinkel. Sei β der andere Basiswinkel, also $\beta = \varphi = 50^0$, und γ der Winkel an der Spitze. $\gamma = 180° - 2 \cdot \varphi = 180° - 2 \cdot 50° = 180° - 100° = 80°$
Rechtwinkliges Dreieck Satz des Thales	 $\sphericalangle ACB = 90° \Leftrightarrow$ C liegt auf dem Thaleskreis über [AB]  Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck aus der Hypotenuse c = 10cm und der Kathete b = 6cm. *(Kontrolle: a = 8cm)*
Kreistangenten	 Eine Gerade, die im Kreispunkt B senkrecht auf dem Radius [BM] steht, heißt Tangente (hat genau einen Punkt mit dem Kreis gemeinsam: sie berührt den Kreis)

Besondere Linien im Dreieck: Mittelsenkrechte *(Gerade)* Winkelhalbierende Höhe Seitenhalbierende *(Strecken innerhalb des Dreiecks)* Umkreis	Umkreismittelpunkt: Schnittpunkt der Mittelsenkrechten (zwei genügen zum Konstruieren) Gegeben ist ΔABC durch a = 5cm, c = 4,5cm und ß = 50°. Konstruiere den Umkreis von ΔABC! Wo liegt der Mittelpunkt des Umkreises bei einem rechtwinkligen Dreieck? [auf der Hypotenuse, weil der Umkreis dann nämlich Thaleskreis über der Hypotenuse ist]  
Konstruktion von Dreiecken und Vierecken	Konstruiere ein Viereck ABCD mit α = 78°, a = 3,5 cm, b = 2,5 cm, c = 6,3 cm und d = 7,5 cm. Miss die Länge der Diagonale e. Wie viele Lösungen gibt es? *Konstruktionsplan:* 1) Konstruiere Δ ABD aus a, α und d (nach sws) 2) C liegt a) auf k(B; b = 2,5cm) b) auf k(D; c = 6,3cm) Man erhält ein „konvexes“ Viereck ABC_1D mit der Diagonale e_1 = 5,4 cm und ein „konkaves“ Viereck ABC_2D mit der Diagonale e_2 = 1,6 cm.
Vierecksarten Konstruktion spezieller Vierecke	 **) präziser eigentlich: achsensymmetrisches Trapez* *Bedeutung von ↖ in Worten:* • *Jedes Quadrat ist ein Rechteck* • *Jedes Rechteck ist ein Parallelogramm* *usw.*