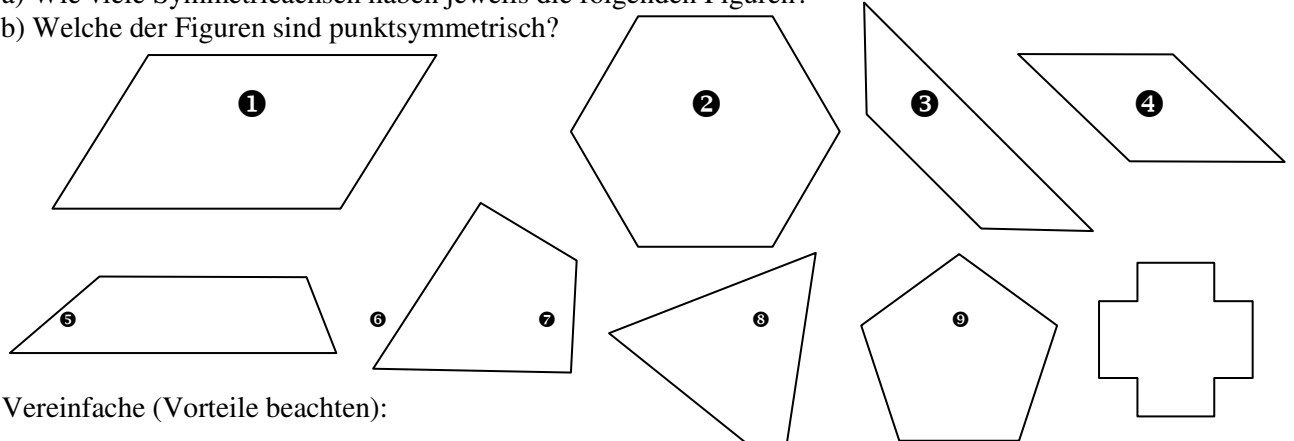


- 1) a) Wie viele Symmetrieachsen haben jeweils die folgenden Figuren?
b) Welche der Figuren sind punktsymmetrisch?



- 2) Vereinfache (Vorteile beachten):

a) $(0,1x)^2 - 0,2x^2 - (-0,3x)^2$

b) $3a^2 - 5a - a \left(\frac{a}{2} - 6\right) \cdot 3a - 7a^3 - (-2,4a^2)$

c) $5x \left(2\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{5}x\right) - (x-3)(1+x)$

d) $(x+4)(x^2-3x+1)(0,3x-x+\frac{7}{10}x)$

e) $1\frac{1}{6}a \cdot 3a^5 \cdot a^4 - a^7 : a^2 - a^2$

f) $4\frac{3}{5}x^2y - yx \cdot 4,6x - 3(2x+y)(3x-2y)$

- 3) Welche der folgenden Terme sind äquivalent zum Term $x^2 - (3-x)^2$? Kreuze an:

-9 $6x-9$ $-6x-9$ $2x^2-9$ $2x^2-6x-9$ $-9+6x$

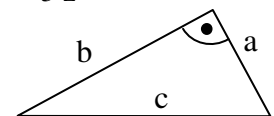
- 4) a) Faktorisiere so weit wie möglich: $48p^2q^3 - 32p^3q$

b) Klammere -2 aus: $12x^2 + x - 0,6$

c) Klammere $\frac{1}{6}$ aus: $\frac{1}{6} - \frac{1}{3}y - 3z$

d) Das rechts abgebildete Dreieck hat den Flächeninhalt $\frac{1}{2}a^2 + a \cdot 1\text{cm}$.

Schreibe diese Summe so als Produkt, dass du die Länge einer anderen Seite (welche: b oder c?) durch a ausdrücken kannst!



- 5) Wofür stehen jeweils die Platzhalter Δ und \diamond ?

a) $2x^2y \cdot 4xy^2 = 2xy \cdot \Delta$

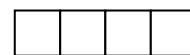
b) $2(z+z) - \frac{1}{2}(z \cdot z) = z(\Delta - \diamond z)$

- 6) Stelle je einen Term auf und vereinfache diesen so weit wie möglich für:

a) Volumen $V(a)$ und Oberfläche $O(a)$ eines Quaders mit Länge $4a$, Breite $2,5a$ und Höhe a !

b) Anzahl $A(n)$ der Streichhölzer, die man benötigt,

um n Quadrate wie in der nebenstehenden Skizze zu legen!



..... (usw.)

- 7) Auf einer Party befinden sich m Mädchen und j Jungen.

Kreuze jeweils alle Gleichungen an, welche die folgenden Situationen richtig beschreiben:

a) Auf der Party befinden sich viermal so viele Jungen wie Mädchen.

$m = 4j$ $m = 0,25j$ $j + m = 5m$ $j = 4 + m$ $j = 4m$

b) Die Zahl der Jungen auf dieser Party ist um 20% kleiner als die der Mädchen.

$j = m - \frac{20}{100}$ $m = \frac{5}{4}j$ $j = m - \frac{1}{5}m$ $j = 0,2m$ $j = 0,8m$ $m = j - 0,2j$

- 8) Alfred, Bianca, Christian, Dora und Emil haben Terme zur Berechnung des Flächeninhalts der nebenstehenden Figur aufgestellt:

Alfred: $T_1(a;b) = 4a + 4b$

Bianca: $T_2(a;b) = (a+b)(a-b) + 2ab$

Christian: $T_3(a;b) = 4ab + b^2$

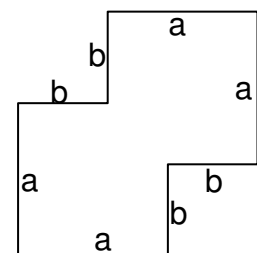
Dora: $T_4(a;b) = 2a^2 - (a-b)^2$

Emil: $T_5(a;b) = (a+b)^2 - 2b^2$

Welche Terme sind hier falsch (warum)?

b) Erkläre mit Hilfe von Skizzen, wie man auf die richtigen Terme kommt!

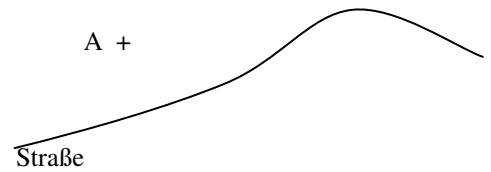
c) Zeige durch geeignete Umformungen, dass die richtigen Terme äquivalent (gleichwertig) sind!



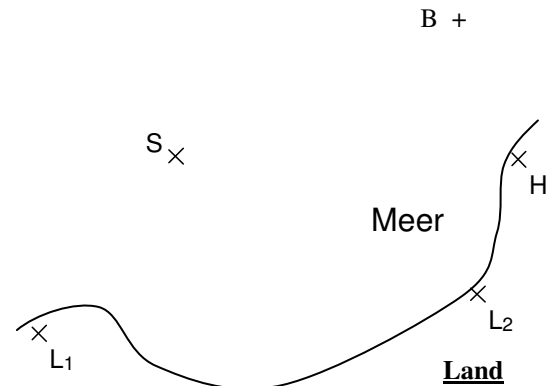
a)

- 9) Jonas hat 5 Bälle weniger als Maria und Clarissa hat dreimal so viele Bälle wie Jonas. Welcher der folgenden Terme gibt die Zahl von Clarissas Bällen an, wenn Maria m Bälle hat ?
 a) $5 - 3m$ b) $3m$ c) $m - 5$ d) $3m - 15$ e) $3m - 5$ f) $3(m-5)$
- 10) Bestimme jeweils alle Lösungen (*Sonderfälle und Rechenvorteile beachten!*):
- a) $\frac{1}{6}x = \frac{3}{4}x + 14$ b) $x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x - \frac{5}{12}x = 0$ c) $5x(x-7) = 0$
 d) $(x-1)(x+2) = -2$ e) $-2(x-1)(x+2) = 0$ f) $\frac{1}{2}x^3 - 3\frac{1}{2}x^2 = 0$
 g) $1 - 2(3-x) = 12x : 6$ h) $(x-3)^2 = 3-x(4-x)$ i) $3,4x + 8,7 = 2x + 6,74$
 k) $3x - (3-2x) = 2(x-1,5)$ l) $2 - (8x-14) : 2 = x - (5x-9)$
 m) $4,6(x-2,1) = 4,6(3,7-x)$ n) $\frac{1}{15}(3x+7) - 3 = (x-20) : 15$
 o) $1,5(3x-7,1) + 3x = 9(x-3) + 1,5(3x-7,1)$ p) $3x-12 = 4+3[1-(1-x)]$
- 11) Deniz hat fünfmal so viele Bonbons wie Nicole. Er isst 9 Bonbons und schenkt dann Nicole 6 Bonbons. Jetzt hat er nur noch doppelt so viel Bonbons wie Nicole. Wie viele Bonbons hatte er am Anfang?
 Lösung mit x -Ansatz! (*Tipp: Tabelle!*)
- 12) Die Seiten eines Rechtecks unterscheiden sich um 3 cm. Wenn man die längere Seite um 2 cm verkürzt und gleichzeitig die kürzere Seite um 4 cm verlängert, so wächst der Flächeninhalt um 18 cm^2 .
 Wie lang sind die Seiten des ursprünglichen Rechtecks? x -Ansatz!
- 13) In einem Dreieck ist α um 20° kleiner als β und γ doppelt so groß wie α . Berechne die drei Winkel!
- 14) Ein gleichschenkliges Trapez mit der Schenkellänge 6 cm besitzt den Umfang 32 cm und die Höhe 5 cm.
 Berechne seinen Flächeninhalt!
- 15) Die 66000 Sitzplätze der Münchner Allianz-Arena verteilen sich auf drei Ränge:
 Im mittleren Rang sind 20 % mehr Plätze als im unteren Rang und im obersten Rang sind 2000 Plätze weniger als im mittleren Rang. Wie viele Plätze sind auf jedem Rang?
- 16) Schreibe jeweils eine Gleichung für das gesuchte Nektarvolumen x (in Litern) auf, wenn die Aufgabe lösbar ist. Wenn es keine Lösung gibt, dann notiere „geht nicht“!
 Gegeben ist Traubennektar mit einem Saftanteil von 30%. Wie viel davon benötigt man, wenn man
 a) durch Mischen mit 2 Litern reinem Saft ein Mischgetränk mit 50% Saftanteil herstellen will?
 b) durch Mischen mit 3 Litern reinem Saft ein Mischgetränk mit 20% Saftanteil herstellen will?
 c) durch Mischen mit 4 Litern Wasser ein Mischgetränk mit 20% Saftanteil herstellen will?
- 17) Der Kurs einer Aktie ist um 50% gefallen. Um wie viel Prozent muss der Kurs wieder steigen, um seinen ursprünglichen Wert zu erreichen? a) 25% b) 50% c) 100% d) 150% e) 200%
- 18) a) Gib den Mittelwert aller natürlichen Zahlen von 1 bis 250 an!
 b) Der Mittelwert der Zahlen $-5; 6; -216; 206$ und x soll den Wert 30 haben. Berechne x !
- 19) Frau Durstig will künftig nur noch Kaffee aus fairem Anbau trinken. Davon kostet aber die gleiche Menge um 30 % mehr als bei ihrer bisherige Kaffeesorte. Frau Durstig meint: „Dann trinke ich eben 30 % weniger Kaffee und zahle damit genau so viel wie vorher!“. Hat sie recht?
 (Um wie viel Prozent ändern sich ihre „Kaffeekosten“?)
- 20) Peter hat sich vor längerer Zeit ein Spiel zum Preis von 34,50 € gekauft. Wie viel Mehrwertsteuer (in €) war in diesem Preis enthalten, wenn der Mehrwertsteuersatz damals 15% des Nettopreises betrug?
 (Der vom Kunden zu bezahlende Bruttopreis ergibt sich durch Addition der Mehrwertsteuer zum Nettopreis)
- 21) Welche Seitenlänge hat ein Quadrat mit Flächeninhalt 4 Hektar?
- 22) Um wie viel Prozent ändert sich der Flächeninhalt eines Quadrats, wenn man seine Seitenlänge um 80 % verkleinert?
- 23) Konstruiere Dreieck ABC aus $b = 8 \text{ cm}$, $\beta = 90^\circ$ und $h_b = 3,5 \text{ cm}$ (mit Planfigur und Konstruktionsplan)!
 Miss die Länge der Seite a auf Millimeter genau!
- 24) Im gleichschenkligen Dreieck ABC mit Spitze C gilt $\gamma = 52^\circ$.
 Berechne den spitzen Schnittwinkel von w_α und m_b !

- 25) Zu zwei Dörfern A und B sollen von einem Punkt einer Straße aus zwei gerade Verbindungswege gebaut werden. Ermittle alle möglichen Abzweigungspunkte, wenn die beiden Wege gleich lang sein sollen! (Konstruktion hier auf dem Blatt)



- 26) Der Kartenausschnitt zeigt den Verlauf einer Küste. Entlang der Küste stehen zwei Leuchttürme L_1 und L_2 . Das Schiff S fährt auf direktem Kurs auf den Hafen H zu.



- a) Ein Boot befindet sich näher am Hafen als das Schiff, gleichzeitig ist es aber von L_2 weiter entfernt als von L_1 . Bestimme mit Hilfe einer Konstruktion (hier auf dem Blatt) den Bereich, in dem sich das Boot befinden kann! Schraffiere diesen Bereich im Kartenausschnitt!

- b) Wie groß ist der Winkel L_1SL_2 , unter dem die Strecke $[L_1L_2]$ vom Schiff S aus gesehen wird?
 47° 77° 103° 83° 30°

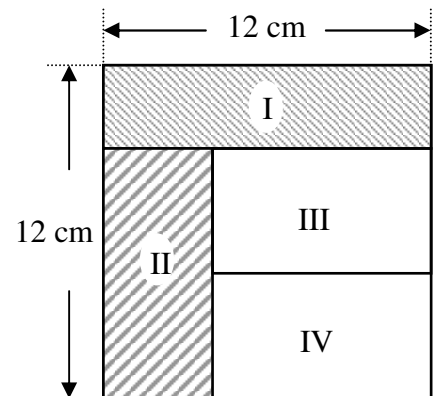
- c) Konstruiere die Position des Schiffes auf seinem direkten Weg zum Hafen, von der aus die Strecke

$[L_1L_2]$ unter einem rechten Winkel gesehen wird. Bezeichne die Position mit T. (aus BMT 2004)

- 27) a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 4$ cm, $b = 6$ cm und $c = 8,5$ cm!
 b) Konstruiere die Höhen h_c und h_b und bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks so genau wie möglich!
 c) Konstruiere ein zu ΔABC flächengleiches Dreieck ABC' mit $b' = 3$ cm und $c' = c = 8,5$ cm!
 (2 Lösungen! Für welche neue Länge von b' würde man genau eine Lösung erhalten?)
 d) Konstruiere ein zu ΔABC flächengleiches gleichschenkliges Dreieck ABC'' mit $c'' = c = 8,5$ cm!

- 28) In einem Dreieck ABC gilt $a = 3,2$ cm und $b = 4,9$ cm. Welche der folgenden Längen sind für die Seite c in dem Dreieck möglich?
 2 cm 1,5 cm 8,1 cm 6,7 cm 9,4 cm

- 29) Das Quadrat ABCD in der Skizze rechts hat die Seitenlänge 12 cm. Die Rechtecke I, II, III und IV haben den gleichen Flächeninhalt.
 a) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks I!
 b) Berechne den Umfang des Rechtecks II! (aus BMT 2004)



- 30) Ergänze jeweils den passenden Begriff (möglichst genau):
 a) Ein Parallelogramm mit gleich langen Diagonalen ist
 b) Ein punktsymmetrisches Drachenviereck ist
 c) Ein Drachenviereck mit vier gleich großen Innenwinkeln ist

- 31) Gegeben sind die Punkte $A(-5|5)$; $B(4|-1)$; $C(5|6)$ und $P(-4|-5)$.
 a) Konstruiere den Kreis, der durch die Punkte A, B und C geht! (Mittelpunkt M konstruieren! Koordinaten?)
 b) Konstruiere die Tangenten von P an diesen Kreis! (Berührungspunkte konstruieren; Koordinaten?)
 c) Konstruiere die Winkelhalbierende des Winkels γ im Dreieck ABC (neue Zeichnung) und spiegle ΔABC an dieser Winkelhalbierenden (Spiegelbild: $\Delta A'B'C'$; Vorteile beachten!)
 d) Konstruiere den Inkreis von ΔABC und den Berührungspunkt P mit der Seite b!
 (Mittelpunkt I konstruieren! Koordinaten? I hat von allen drei Seiten den gleichen Abstand)

- 32) Bei welchen speziellen Dreiecken
 a) liegt der Umkreismittelpunkt auf einer der Seiten? (Begründung)
 b) ist eine der Winkelhalbierenden zugleich Höhe? (Begründung)

- 33) a) Konstruiere (mit Planfigur) Viereck ABCD aus

$a = 9$ cm; $b = 6$ cm; $e = \overline{AC} = 7$ cm; $f = \overline{BD} = 10$ cm und $\delta = 90^\circ$!

- b) Nun soll f so verändert werden, dass man sicher nur eine Lösung bekommt. Gib alle passenden Werte für f an!

- 34) a) Welches spezielle Viereck ABCD wird nach dem nebenstehenden Plan konstruiert?
 b) Wie groß ist der Winkel $\alpha = \sphericalangle BAD$ für $r = 6$ cm?
 c) Welches spezielle Viereck ergibt sich für $r = 4$ cm?
 Jeweils kurze Begründung! (Planfigur ist nützlich)

zu 34) „Vorgegebener Konstruktionsplan“:
 1) Durch $f = 6$ cm sind B und D bestimmt.
 2) C liegt auf a) $k(B; 4\text{cm})$
 b) $k(D; 4\text{cm})$
 3) A liegt auf a) $k(B; r)$
 b) $k(D; r)$
 (Werte für r später)

- 1) a) ❶: keine; ❷: 6; ❸: 1; ❹: 2; ❺: keine; ❻: 1; ❼: 3; ❽: 5; ❾: 4
 b) ❶; ❷; ❹; ❾

2) a) $(0,1x)^2 - 0,2x^2 - (-0,3x)^2 =$
 $= 0,01x^2 - 0,2x^2 - 0,09x^2 =$
 $= 0,01x^2 - 0,29x^2 =$
 $= \underline{\underline{-0,28x^2}}$

c) $5x(2\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{5}x) - (x-3)(1+x) =$
 $= 5x(\frac{7}{3}x + \frac{7}{5}x) - (x^2 - 3x + x - 3) =$
 $= 5x \cdot \frac{56}{3 \cdot 5}x - (x^2 - 2x - 3) =$
 $= \frac{56}{3}x^2 - x^2 + 2x + 3 =$
 $= \underline{\underline{17\frac{2}{3}x^2 + 2x + 3}}$

b) $3a^2 - 5a - a(\frac{a}{2} - 6) \cdot 3a - 7a^3 - (-2,4a^2) =$
 $= 3a^2 - 5a - \frac{3}{2}a^3 + 18a^2 - 7a^3 + 2,4a^2 =$
 $= \underline{\underline{-8,5a^3 + 23,4a^2 - 5a}}$

d) $(x+4)(x^2-3x+1)(0,3x-x+\frac{7}{10}x) =$
 $= (x+4)(x^2-3x+1) \cdot 0 = \underline{\underline{0}}$

f) $4\frac{3}{5}x^2y - yx \cdot 4,6x - 3(2x+y)(3x-2y) =$
 $= 4,6x^2y - 4,6x^2y - 3(6x^2 - 4xy + 3xy - 2y^2) =$
 $= \underline{\underline{-18x^2 + 3xy + 6y^2}}$

e) $1\frac{1}{6}a \cdot 3a^5 \cdot a^4 - a^7 : a^2 - a^2 =$
 $= \underline{\underline{\frac{7}{2}a^{10} - a^5 - a^2}}$

3) $x^2 - (3-x)^2 = x^2 - (9 - 3x - 3x + x^2) = x^2 - 9 + 3x + 3x - x^2 = \underline{\underline{-9 + 6x}}$ ist richtig, ebenso $\underline{\underline{6x - 9}}$

4) a) $48p^2q^3 - 32p^3q = 16p^2q(3q^2 - 2p)$ (Kontrolle: Ausmultiplizieren ergibt ursprünglichen Term!)

b) $12x^2 + x - 0,6 = -2(-6x^2 - \frac{1}{2}x + 0,3)$ (Dividiere in der Klammer durch -2 !)

c) $\frac{1}{6} - \frac{1}{3}y - 3z = \frac{1}{6}(1 - 2y - 18z)$ (Dividiere in der Klammer durch $\frac{1}{6} \Leftrightarrow$ multipliziere mit 6 !)

d) $A = \frac{1}{2}a^2 + a \cdot 1cm = \frac{1}{2}a(a + 2cm) = \frac{1}{2}gh$!

→ Wenn a die Grundlinie g ist, dann ist $a + 2cm$ die zugehörige Höhe h_a . Da hier $h_a = b$, gilt $\underline{\underline{b = a + 2cm}}$

5) a) $2x^2y \cdot 4xy^2 = 2xy \cdot x \cdot 4xy^2 = 2xy \cdot 4x^2y^2 \stackrel{!}{=} 2xy \cdot \Delta \Rightarrow \underline{\underline{\Delta = 4x^2y^2}}$

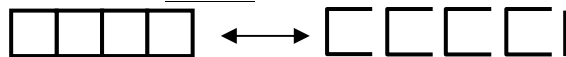
b) $2(z+z) - \frac{1}{2}(z \cdot z) = 2 \cdot 2z - \frac{1}{2} \cdot z \cdot z = z(4 - \frac{1}{2}z) \stackrel{!}{=} z(\Delta - \Diamond z) \Rightarrow \underline{\underline{\Delta = 4}}$ und $\underline{\underline{\Diamond = \frac{1}{2}}}$

6) a) $V(a) = 4a \cdot 2,5a \cdot a = \underline{\underline{10a^3}}$; $O(a) = 2 \cdot (4a \cdot 2,5a + 4a \cdot a + 2,5a \cdot a) = \dots = \underline{\underline{33a^2}}$

b) 1 Quadrat: $A(1) = 4$; 2 Quadrate: $A(2) = 4 + 1 \cdot 3$; 3 Quadrate: $A(3) = 4 + 2 \cdot 3$ usw.

allgemein: n Quadrate: $A(n) = 4 + (n-1) \cdot 3 = 4 + 3n - 3 = \underline{\underline{3n + 1}}$

darauf kann man auch direkt kommen (hier für $n = 4$):



7) a) j ist vier mal so groß wie m :

$\boxed{j = 4m} \quad | : 4 \Leftrightarrow \boxed{m = 0,25j}$
 $\Leftrightarrow j + m = 4m + m = 5m$, also $\boxed{j + m = 5m}$

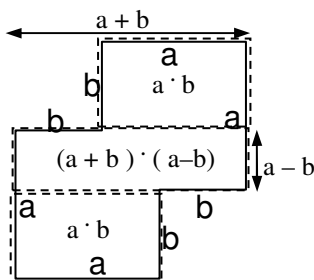
b) j ist um 20% kleiner als $m \Leftrightarrow j = m - 0,2m \Leftrightarrow \boxed{j = 0,8m} \Leftrightarrow j = \frac{4}{5}m \quad | \cdot \frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow \boxed{j = m - \frac{1}{5}m} \Leftrightarrow \boxed{m = \frac{5}{4}j}$

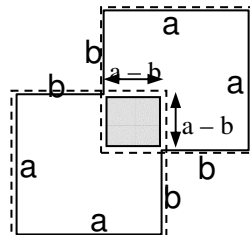
8) a) Alfred: $T_1(a;b) = 4a + 4b$ ist falsch (keine Fläche, sondern Länge; Verwechslung mit Umfang)

Christian: $T_3(a;b) = 4a + b^2$ ist falsch, weil zu groß (vergleiche mit Bianca's Bild)

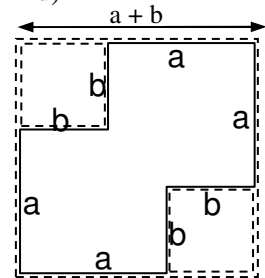
b)



Bianca: Summe der gezeichneten Teilflächen
 $\rightarrow (a+b)(a-b) + 2ab$



Dora: Das kleine Quadrat wird beim Addieren der beiden großen Quadratflächen ($2a^2$) doppelt gezählt \rightarrow abziehen
 $\rightarrow 2a^2 - (a-b)^2$



Emil: großes Quadrat $- 2 \cdot$ kleines Quadrat
 $\rightarrow (a+b)^2 - 2b^2$

c) Durch Umformen ergibt sich bei allen richtigen Termen: $a^2 - b^2 + 2ab \rightarrow$ die Terme sind äquivalent

9) Zahl der Bälle von Jonas: $m - 5 \rightarrow$ Zahl der Bälle von Clarissa: $3 \cdot (m - 5) = 3m - 15$; **richtig also d) und f)**

10) a) $\frac{1}{6}x = \frac{3}{4}x + 14 \quad | -\frac{3}{4}x$
 $\frac{2}{12}x - \frac{9}{12}x = 14$
 $-\frac{7}{12}x = 14 \quad | \cdot (-\frac{12}{7})$
 $x = -\frac{14 \cdot 12}{7} = -\frac{2 \cdot 12}{1}$
 $x = -24$

b) $x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x - \frac{5}{12}x = 0$
 $x - \frac{12}{12}x = 0$
 $0 = 0$; allgemeingültig!

c) $5x(x - 7) = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = 7$

d) $(x - 1)(x + 2) = -2$
 $x^2 + 2x - x - 2 = -2 \quad | +2$
 $x^2 + x = 0$
 $x(x + 1) = 0$
 $x_1 = 0$; $x_2 = -1$

e) $-2(x - 1)(x + 2) = 0$
 $x_1 = 1$; $x_2 = -2$

f) $\frac{1}{2}x^3 - 3\frac{1}{2}x^2 = 0$
 $\frac{1}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 = 0$
 $\frac{1}{2}x^2(x - 7) = 0$
 $x_1 = 0$; $x_2 = 7$

g) $1 - 2(3 - x) = 12x : 6$
 $1 - 6 + 2x = 2x \quad | -2x$
 $-5 = 0$; Widerspruch! ↯
nicht lösbar!

h) $(x - 3)(x - 3) = 3 - x(4 - x)$
 $x^2 - 3x - 3x + 9 = 3 - 4x + x^2 \quad | -x^2$
 $-6x + 9 = 3 - 4x \quad | +6x - 3$
 $6 = 2x \quad | : 2$
 $x = 3$

i) $3,4x + 8,7 = 2x + 6,74 \quad | -2x - 8,7$
 $1,4x = -1,96 \quad | : 1,4$
 $x = -1,4$

o) $1,5(3x - 7,1) + 3x = 9(x - 3) + 1,5(3x - 7,1) \quad | -1,5(3x - 7,1)$
 $3x = 9x - 27 \quad | -9x$
 $-6x = -27 \quad | : (-6)$
 $x = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$
 $x = 4,5$

k) $3x - (3 - 2x) = 2(x - 1,5)$
 $3x - 3 + 2x = 2x - 3 \quad | -2x + 3$
 $3x = 0$
 $x = 0$

l) $2 - (8x - 14) : 2 = x - (5x - 9)$
 $2 - (4x - 7) = x - 5x + 9$
 $2 - 4x + 7 = -4x + 9$
 $9 - 4x = -4x + 9 \quad | +4x - 9$
 $0 = 0$
allgemeingültig!

m) $4,6(x - 2,1) = 4,6(3,7 - x) \quad | : 4,6$
 $x - 2,1 = 3,7 - x \quad | +x + 2,1$
 $2x = 5,8 \quad | : 2$
 $x = 2,9$

n) $\frac{1}{15}(3x + 7) - 3 = (x - 20) : 15 \quad | \cdot 15$
 $3x + 7 - 45 = x - 20$
 $3x - 38 = x - 20 \quad | -x + 38$
 $2x = 18 \quad | : 2$
 $x = 9$

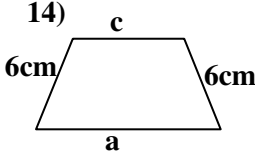
p) $3x - 12 = 4 + 3[1 - (1 - x)]$
 $3x - 12 = 4 + 3[1 - 1 + x]$
 $3x - 12 = 4 + 3x \quad | -3x + 12$
 $0 = 16$; Widerspruch! ↯
nicht lösbar!

11)	Deniz	Nicole
vorher	5x	x
nachher	5x - 9 - 6	x + 6

$5x - 15 = 2 \cdot (x + 6)$
 $5x - 15 = 2x + 12 \quad | -2x + 15$
 $3x = 27 \quad | : 3$
 $x = 9 \rightarrow 5x = 45$
 A.: Deniz hatte 45 Bonbons

12) alt: Länge = x; Breite = x - 3;
 Fläche = x(x - 3)
neu: Länge = x - 2; Breite = x - 3 + 4 = x + 1
 Fläche = (x - 2)(x + 1)
 $(x - 2)(x + 1) = x(x - 3) + 18$
 $x^2 - x - 2 = x^2 - 3x + 18 \quad | -x^2 + 3x + 2$
 $2x = 20 \quad | : 2$
 $x = 10$
 A.: Die Seitenlängen waren 10cm und 7cm.

13) $\alpha = \beta - 20^\circ$; $\gamma = 2\alpha = 2(\beta - 20^\circ) = 2\beta - 40^\circ$
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
 eingesetzt: $\beta - 20^\circ + \beta + 2\beta - 40^\circ = 180^\circ$
 $4\beta - 60^\circ = 180^\circ \quad | +60^\circ$
 $4\beta = 240^\circ \quad | : 4$
 $\beta = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ$; $\gamma = 80^\circ$

14)  $a + c + 2 \cdot 6\text{cm} = 32\text{cm} \quad | -12\text{cm}$
 $a + c = 20\text{cm}$
 $\Rightarrow A = \frac{1}{2}(a+c)h = \frac{1}{2} \cdot 20\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 50\text{cm}^2$

15) Zahl der Plätze im unteren Rang: x
 Zahl der Plätze im mittleren Rang: $x + 0,2x = 1,2x$
 Zahl der Plätze im obersten Rang: $1,2x - 2000$
 $x + 1,2x + 1,2x - 2000 = 66\,000 \quad | +2000$
 $3,4x = 68\,000 \quad | : 3,4$
 $x = 20\,000$
 A.: Unten sind es 20000, in der Mitte 24000 und oben 22 000 Plätze

16) **Prinzip: Das Volumen des reinen Safts bleibt gleich** (Invarianzprinzip)

a) Saftvolumen (in l) vor dem Mischen : $0,3x + 2$

Saftvolumen nachher : $0,5(x + 2)$ (50% des Gesamtvolumens)

→ $0,3x + 2 = 0,5(x + 2)$ (→ $x = 5$)

b) geht nicht : durch Mischen mit reinem Saft wird der Saftanteil immer höher !

(30% → 20% heißt aber : der Saftanteil wird niedriger)

c) Saftvolumen (in l) vor dem Mischen : $0,3x$

Saftvolumen nachher : $0,2(x + 4)$ (20% des Gesamtvolumens)

→ $0,3x = 0,2(x + 4)$ (→ $x = 8$)

17) Um von 50% des alten Kurses wieder „aufs Ganze“ (100% des alten Kurses) zu kommen, muss der Kurs **verdoppelt** werden. Verdoppeln bedeutet aber **Steigerung um 100%** (von 100% auf 200%) → c) ist richtig!

18) a) 125,5 (bei einer geraden Zahl von aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist die Mitte zwischen den „mittleren Zahlen“ der Mittelwert – Strategie: probiere erst mit weniger Zahlen: bis 2, 3, 4, ...)

b) $(-5 + 6 - 216 + 206 + x) : 5 = 30 \Leftrightarrow x - 9 = 150 \Leftrightarrow \underline{x = 159}$

19) $x =$ „alter Kaffeekonsum“ → neuer Kaffeekonsum = 70% von $x = 0,7x$

neue Kaffeekosten: 130% von $0,7x = 1,3 \cdot 0,7x = 0,91x = x - 0,09x =$ → Sie zahlt 9% weniger!

20) 115% vom Nettopreis = 34,50 € → 1 % vom Nettopreis = $3450 \text{ ct} : 115 = 30 \text{ ct}$

→ MWSt = 15% vom Nettopreis = $30 \text{ ct} \cdot 15 = 450 \text{ ct} = \underline{4,50 \text{ €}}$

oder mit $x =$ MWSt : $\frac{x}{15\%} = \frac{34,50 \text{ €}}{115\%} \rightarrow x = \frac{34,50 \text{ €} \cdot 15}{115} = \dots$

21) $x =$ Seitenlänge des Quadrats $x^2 = 40000 \text{ m}^2 \rightarrow x = 200 \text{ m}$

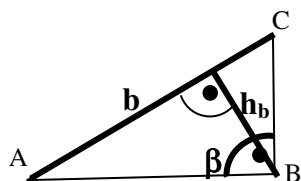
22) alte Seitenlänge = $x \rightarrow$ alter Flächeninhalt = x^2 ;

neue Seitenlänge = $x - 0,8x = 0,2x \rightarrow$ neuer Flächeninhalt = $(0,2x)^2 = 0,04x^2$

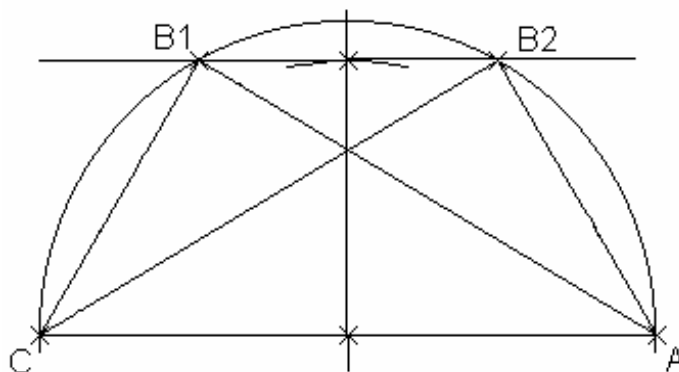
absolute Änderung des Flächeninhalts : $x^2 - 0,04x^2 = 0,96x^2$; relative Änderung = $\frac{0,96x^2}{x^2} = 0,96 = 96 \%$

→ Der Flächeninhalt nimmt um 96% ab

23) Planfigur :



Konstruktion:



Konstruktionsplan:

1. C und A sind gegeben durch $b = 8 \text{ cm}$.

2. B liegt

a) auf dem Thaleskreis über [CA].

b) auf der Parallelen zu CA im Abstand $h_b = 3,5 \text{ cm}$.

Es existieren zwei kongruente Dreiecke AB_1C und AB_2C mit $a_1 = 4,1 \text{ cm}$ und $a_2 = 6,9 \text{ cm}$.

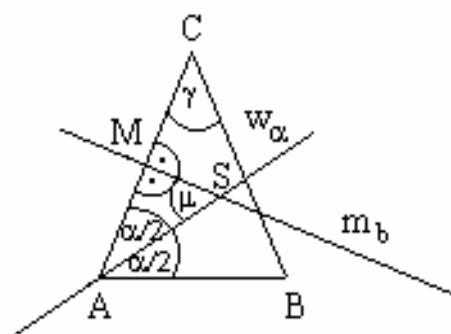
24) Skizze:

$\alpha = (180^\circ - \gamma) : 2 = 64^\circ$ (Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck)

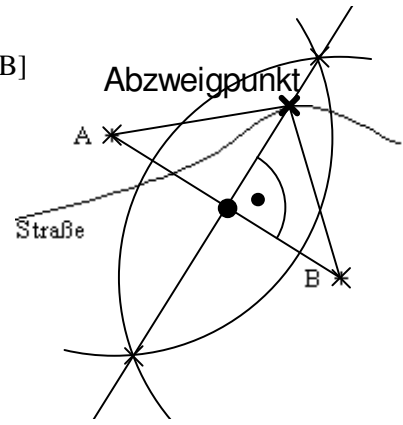
$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 32^\circ$

$\mu = 180^\circ - (\frac{\alpha}{2} + 90^\circ) = 58^\circ$ (Winkelsumme in Dreieck ASM)

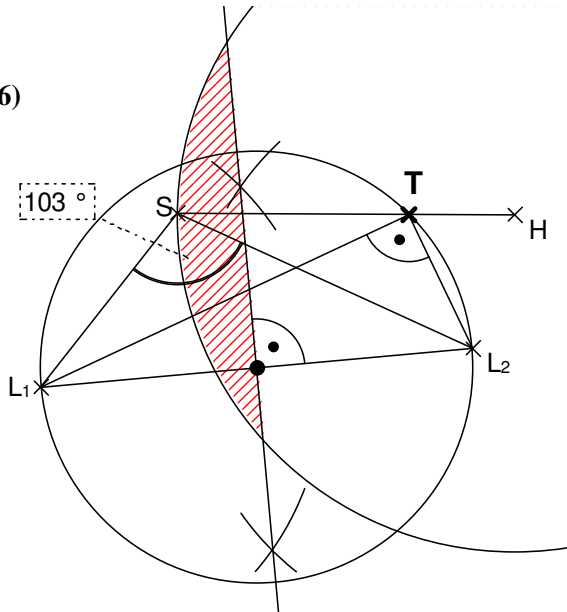
Der spitze Winkel zwischen w_α und m_b beträgt 58° .



25) Gesucht sind alle Punkte auf der Straße, deren Entfernungen zu A und zu B gleich groß sind → Mittelsenkrechte der Strecke [AB]

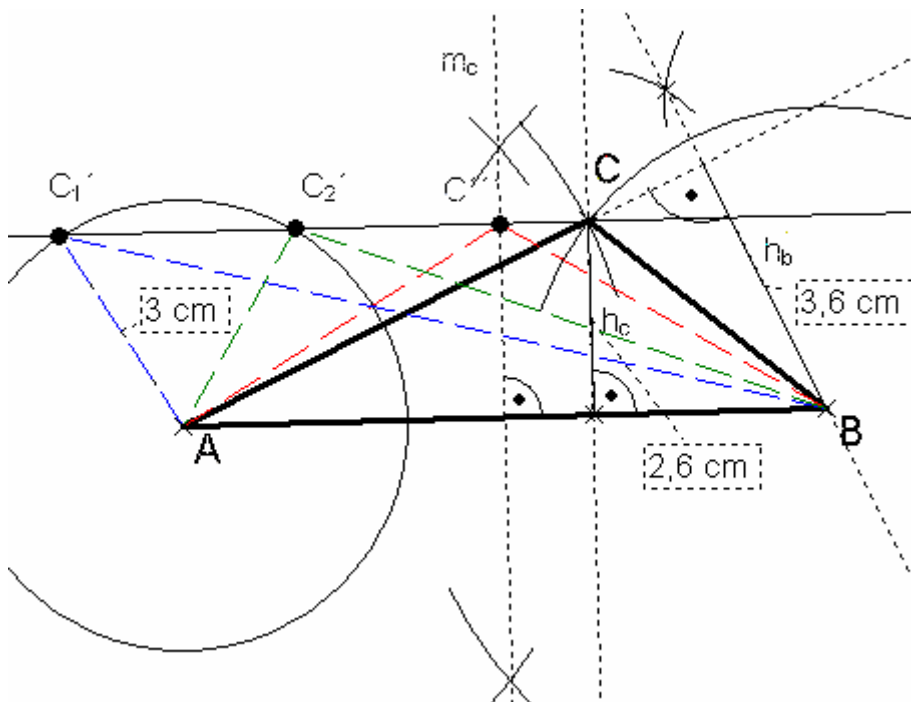


26)



- a) Boot näher an H als s →
 → Boot im Kreisinneren des Kreises um H durch S
 Boot weiter von L₂ entfernt als von L₁ →
 → Boot auf der „L₁-Seite“ der Mittelsenkrechten der Strecke [L₁L₂] (die Punkte auf der Mittelsenkrechten haben die gleiche Entfernung zu L₁ und L₂)
- b) 103° (siehe Zeichnung)
- c) T liegt I) auf dem Thaleskreis über [L₁L₂]
 II) auf [SH]

27) a)

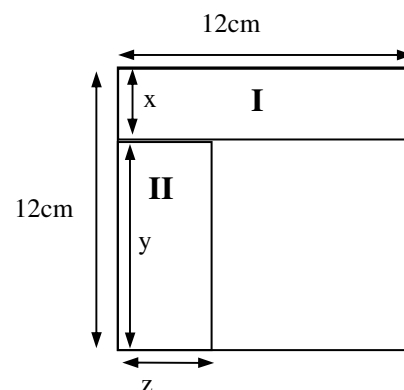


- b) $h_b \approx 3,6 \text{ cm}$
 $h_c \approx 2,6 \text{ cm}$
 $A = 0,5 c \cdot h_c \approx$
 $\approx 0,5 \cdot 8,5 \text{ cm} \cdot 2,6 \text{ cm} =$
 $= 11,05 \text{ cm}^2 \approx 11 \text{ cm}^2$
- c) und d):
 Die neuen Eckpunkte C' und C'' liegen auf der Parallelen zu AB durch C
- c) genau 1 Lösung für $b' = h_c$

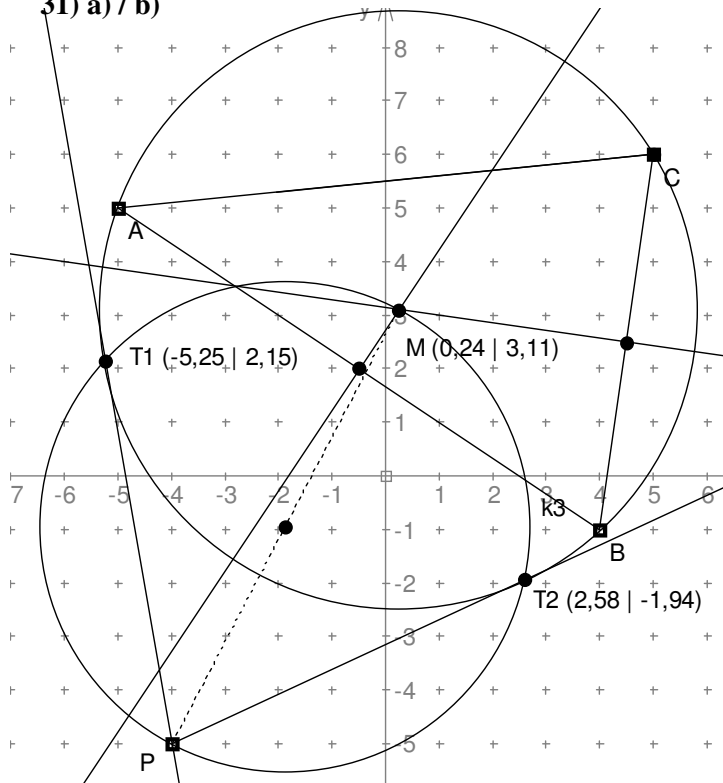
28) Jede Seitenlänge muss kleiner sein als die Summe der anderen beiden, also: $c < a + b = 8,1 \text{ cm}$
 und $4,9 \text{ cm} < c + 3,2 \text{ cm} \rightarrow c > 1,7 \text{ cm}$
 möglich also nur $c = 2 \text{ cm}$ und $c = 6,7 \text{ cm}$

- 29) a) $A_I = (12 \text{ cm})^2 : 4 = 144 \text{ cm}^2 : 4 = 36 \text{ cm}^2$
 b) in I: $x = 36 \text{ cm}^2 : 12 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$
 → $y = 12 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$
 → (in II) $z = 36 \text{ cm}^2 : 9 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$
 → $U_{II} = 2 \cdot (9 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) = 26 \text{ cm}$

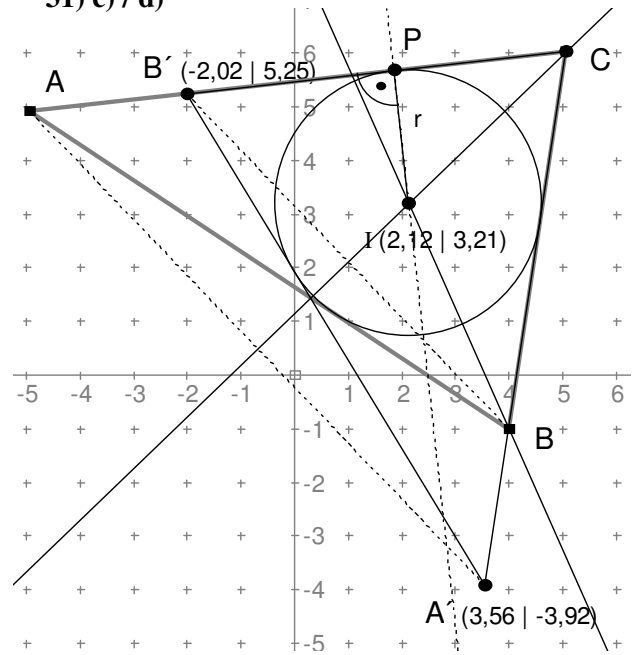
30) a) ein Rechteck b) eine Raute c) ein Quadrat



31) a) / b)



31) c) / d)



Anmerkung : Konstruktionslinien hier z.T. nicht sichtbar

a) M = Schnittpunkt von 2 Mittelsenkrechten

b) T1 und T2 liegen auf dem Thaleskreis über [PM]

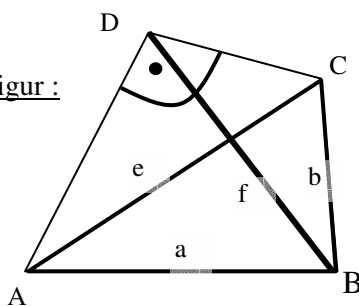
c) Es genügt, den Spiegelpunkt von A' zu konstruieren, weil sich AB und A'B' auf der Spiegelachse schneiden und B' auf AC liegt. d) I ist Schnittpunkt von 2 Winkelhalbierenden ; Berührungspunkt = Lotfußpunkt

32) a) Umkreismittelpunkt U auf einer Seite → U ist der Mittelpunkt dieser Seite → Umkreis ist Thaleskreis über dieser Seite → Dreieck ist rechtwinklig

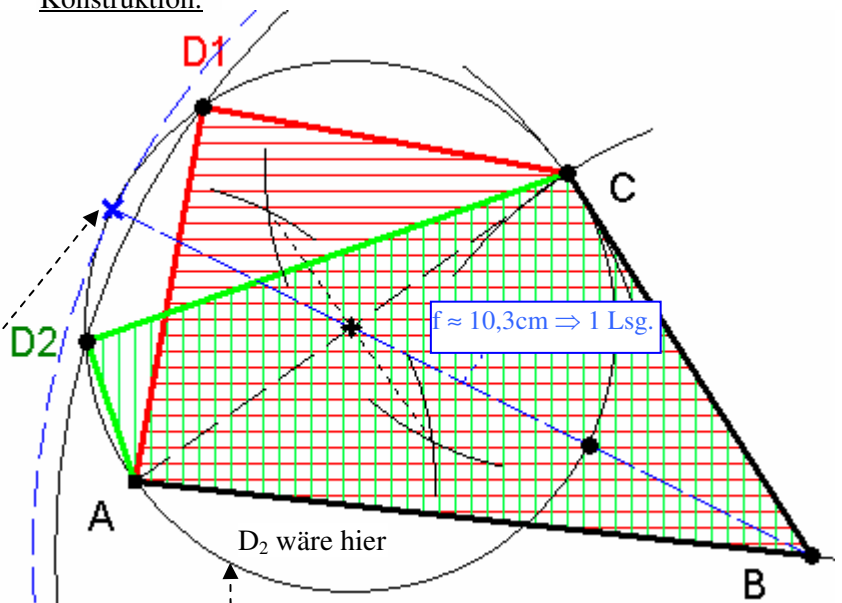
b) Winkelhalbierende = Höhe → Dreieck ist achsensymmetrisch ⇔ Dreieck ist gleichschenkelig

33) a)

Planfigur :



Konstruktion:



Konstruktionsplan :

(war nicht verlangt; ist aber nützlich):

1) Konstruiere $\triangle ABC$

aus a,b und e (nach sss)

2) D liegt

a) auf dem Thaleskreis über [AC]

b) auf $k(B; r = f = 10 \text{ cm})$

(2 Lösungen!)

33) b) I) Für $f \approx 10,3 \text{ cm}$ berühren sich die beiden Kreise aus der Konstruktion von D in einem Punkt (vgl. Zeichnung) ⇒ genau 1 Lösung !

II) Für $f \leq 9 \text{ cm}$ (=a) ist der untere Schnittpunkt D_2 der beiden Kreise nicht brauchbar (Umlaufsinn der Eckpunkte wäre falsch); bzw. D_2 fällt mit A zusammen → kein Viereck ! Damit gibt es zunächst nur die andere Lösung mit D_1

Für $f \leq 6 \text{ cm}$ (= b) ist auch der obere Schnittpunkt D_1 nicht brauchbar (der 90° -Winkel wäre dann auf der „falschen Seite“ → δ wäre 270°)

⇒ insgesamt genau 1 Lösung für $6 \text{ cm} < f \leq 9 \text{ cm}$ nach II) und für $f \approx 10,3 \text{ cm}$ nach I)

34) a) ein Drachenviereck

b) $\alpha = 60^\circ$ ($\triangle ABD$ ist dann gleichseitig)

c) eine Raute (alle Seiten sind dann gleich lang)