

1) a) $\sqrt{x^4} + \frac{\sqrt{12x^2}}{2} - x^2 = x^2 + \frac{2\sqrt{3}|x|}{2} - x^2 = \sqrt{3}|x|$ b) $\left(\sqrt{x^2 - 4}\right)^2 - x^2 = x^2 - 4 - x^2 = -4$

c) $\sqrt{x^2 - 4} - x$ kann nicht vereinfacht werden!

d) $\sqrt{980\,000 x^3 y^8} = \sqrt{2 \cdot 49 \cdot 10^4 \cdot x \cdot x^2 \cdot (y^4)^2} = 7 \cdot 10^2 \cdot x \cdot y^4 \sqrt{2x} = 700xy^4 \sqrt{2x}$

(Betragsstriche bei x vor der Wurzel hier unnötig, da für $x < 0$ \sqrt{x} nicht definiert wäre)

e) $\sqrt{x^{\frac{1}{6}} : \sqrt{x}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6}} : x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2}}} = \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

f) $\sqrt[6]{x^{-2}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{-\frac{2}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = x^0 = 1$

g) $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5} \sqrt{5}$

h) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3} \sqrt{15} + 3$

i) $\frac{\sqrt{3x + x^2}}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{3x + x^2}{x}} = \sqrt{3 + x}$

k) $\frac{1}{\sqrt{x+3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{x+3}}{x+3}$

l) $5\sqrt{x^{-3}} \cdot \sqrt{x^{-3}} = 5x^{-3}$ (nach Definition!)

m) $(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2) = x - 4$

n) $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} = \sqrt{(2x + 3)^2} = |2x + 3|$

2) a) Radikand $6 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow 2 \geq x \rightarrow D =]-\infty; 2]$;

b) $6y > 0$ (Wurzel und Nenner) $\Leftrightarrow y > 0 \rightarrow D = \mathbb{R}^+$;

c) $D = \mathbb{R}$, denn $x^2 + 4 > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$; d) $D = \mathbb{R}$, denn Nenner nie 0 und Radikand = $5 > 0$

e) $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4 \rightarrow D =]4; \infty[$ f) Nenner = $x^2 - 4 = (x-2)(x+2) \neq 0 \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$;

g) Radikand $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 4 \Leftrightarrow |x| \geq 2 \rightarrow D =]-\infty; -2] \cup [2; \infty[$ (= $\mathbb{R} \setminus]-2; 2[$)

3) a) $x^2 = 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ oder $x = 5$; $L = \{0; 5\}$

b) $x^2 = 5x + 14 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2} = \frac{5 \pm 9}{2}$; $L = \{-2; 7\}$

c) $18x^2 - 2 = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow 9x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{9}$; $L = \{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\}$

d) $2t^2 - t + 1 = 0$; Diskriminante $D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0 \Rightarrow L = \{\}$

e) $2y^2 = y + 1 \Leftrightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$; $D = 9$; $L = \{-\frac{1}{2}; 1\}$;

f) $u^2 + 1 = 4u \Leftrightarrow u^2 - 4u + 1 = 0$; $D = 12$; $L = \{2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}\}$;

g) $2x^3 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 2$; $L = \{0; 2\}$;

h) $x^3 = 4x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)(x-2) = 0$; $L = \{-2; 0; 2\}$;

i) $x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ($x^2 + 4$ wird in \mathbb{R} nie 0); $L = \{0\}$;

k) $(9x^2 + 1)(x + 9) = 0 \Leftrightarrow x + 9 = 0$ ($9x^2 + 1$ wird in \mathbb{R} nie 0); $L = \{-9\}$;

l) $(x^2 + 9x)(2x - 9) = 0 \Leftrightarrow x(x + 9)(2x - 9) = 0 \rightarrow L = \{-9; 0; 4,5\}$;

m) $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \rightarrow L = \{3\}$

n) $x^2 - 6x + 9 < 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 < 0$ Widerspruch $\rightarrow L = \{\}$;

o) $\frac{1}{2x} = \frac{x}{4,5} \mid \cdot 9x \Leftrightarrow \frac{9}{2} = 2x^2 \Leftrightarrow \frac{9}{4} = x^2$; $L = \{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\}$ bzw. schöner $L = \{-1,5; 1,5\}$

p) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} = 1 \mid \cdot x(x+1)$; $x - 2(x+1) = x(x+1) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 2 = -4 < 0 \Rightarrow L = \{\}$

q) $\frac{2+3x}{x-5} = 0 \Leftrightarrow 2 + 3x = 0$ (Bruch wird 0, wenn der Zähler 0 wird); $L = \{-\frac{2}{3}\}$;

r) $\frac{x^2+4}{4-x} = 0$ Zähler in \mathbb{R} immer positiv \rightarrow Bruch $= 0$ unmöglich $\Rightarrow L = \{\}$ s) $L = \{\}$, da Zähler $= 3 \neq 0$;

t) $\sqrt{x+7} - x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x+7} = x+1 \mid (\dots)^2 \Rightarrow x+7 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x_1 = 2; x_2 = -3$; Probe liefert Widerspruch für $x_2 = -3$; also $L = \{2\}$

u) $\sqrt[4]{z^3} = 10^6 \Leftrightarrow z^{\frac{3}{4}} = 10^6 \mid (\dots)^{\frac{4}{3}} \Leftrightarrow x = (10^6)^{\frac{4}{3}} = 10^8$; $L = \{10^8\}$

v) $\sqrt[3]{2x+1} - 2 = 0 \Leftrightarrow (2x+1)^{\frac{1}{3}} = 2 \mid (\dots)^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 3,5$; Probe o.k. $\rightarrow L = \{3,5\}$

w) $(x-1)(x+3) = 0$; Lösungen direkt ablesbar (**nicht ausmultiplizieren!**): $L = \{-3; 1\}$

x) $(x-1)(x+3) = -4$; ausmultiplizieren $\rightarrow x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0 \rightarrow L = \{-1\}$

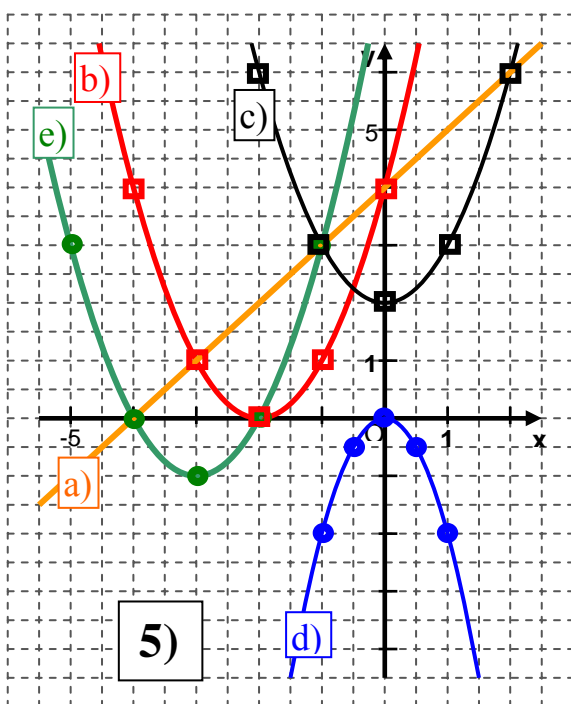
y) $(x-1)^2 = -4$ Widerspruch (*Quadrat in \mathbb{R} nie negativ*)! $\rightarrow L = \{\}$

z) $(x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow |x-1| = 2$ oder $x_{1/2} - 1 = \pm 2$; $x_1 = 3; x_2 = -1$; $L = \{-1; 3\}$

4) a) $y = (x-3)(x+1)$;

b) $y = a(x-2)^2 + 3$; $R(1|7) \in P \Rightarrow 7 = a(1-2)^2 + 3 \Rightarrow a = 4 \rightarrow y = 4(x-2)^2 + 3$

c) $y = -x \cdot (x-6) = 6x - x^2$



5) b) $S(-2|0)$; verschobene Normalparabel \rightarrow z.B.:

von S um 1 nach rechts bzw. links \rightarrow um 1 nach oben;
 und um 2 nach rechts bzw. links \rightarrow um 4 nach oben

c) $S(0|2)$ sonst wie b)

d) $S(0|0)$; $d(0,5) = -0,5$; $d(1) = -1$; Symmetrie!

e) Nst.: $x_1 = -2$; $x_2 = -4$; $\rightarrow x_s = -3$; $y_s = e(-3) = -1$

6) a) $y = -x^2 + 3$;

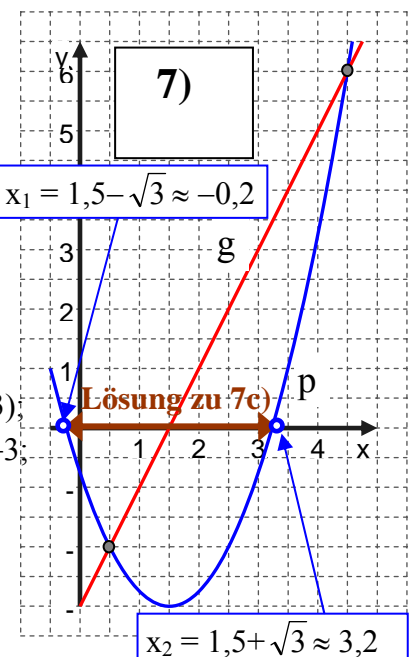
b) $y = (x+3)^2 - 4$;

c) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$;

d) $y = (x+4)^2$;

e) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{5} = 0,4$; $t = 2$; $\rightarrow y = 0,4x + 2$

f) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{3}$; $\rightarrow y = -\frac{1}{3}x$;



7) a) Schnittpunkte \rightarrow Gleichsetzen: $x^2 - 3x - 0,75 = 2x - 3$;

$x^2 - 5x + 2,25 = 0$; $x_1 = 4,5$; $x_2 = 0,5$;

zugehörige y-Koordinaten bestimmen durch Einsetzen in $y = 2x - 3$

\rightarrow Schnittpunkte: $S_1(4,5 | 6)$; $S_2(0,5 | -2)$

b) Scheitelbestimmung durch quadratische Ergänzung:

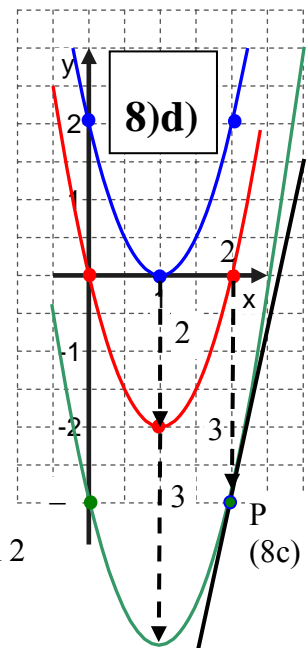
$x^2 - 3x - 0,75 = x^2 - 3x + (1,5)^2 - (1,5)^2 - 0,75 = (x - 1,5)^2 - 3$; $S(1,5 | -3)$;

oder Nst.: $x_{1/2} = 1,5 \pm \sqrt{3} \Rightarrow x_s = 1,5$ („Mitte“); $y_s = 1,5^2 - 3 \cdot 1,5 - 0,75 = -3$;

c) Zeichnung \rightarrow für alle x zwischen den beiden Nullstellen sind die

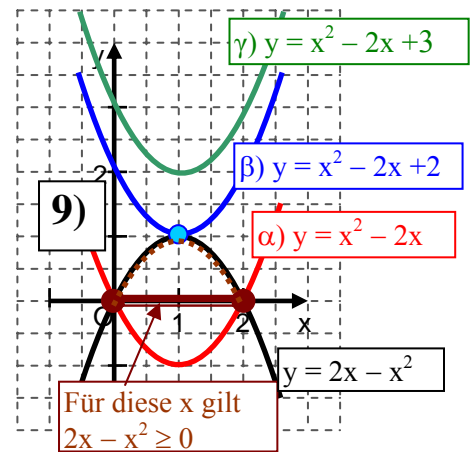
Funktionswerte der Parabel negativ $\rightarrow L =]1,5 - \sqrt{3}; 1,5 + \sqrt{3}[$

- 8) a) Die Parabel hat mit der x-Achse (Gleichung $y = 0$) nur einen Punkt gemeinsam, wenn die Gleichung $2x^2 - 4x - t = 0$ genau eine Lösung hat, wenn also die Diskriminante $D = 0$ ist $\Rightarrow D = (-4)^2 + 4 \cdot 2t = 16 + 8t = 0$
 \Rightarrow für $t = -2$ hat die Parabel mit der x-Achse nur einen Punkt gemeinsam, dann gilt (wegen $D = 0$): $x = \frac{-b}{2a} = \frac{+4}{2 \cdot 2} = 1 \Rightarrow$ Scheitelpunkt $S(1 | 0)$
 Schnittpunkt mit der y-Achse $\rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -t = +2; \Rightarrow S_y(0 | 2)$



- b) p: $y = 2x^2 - 4x - t$ soll durch den Ursprung $(0; 0)$ gehen;
 $p(0) = 0; \Rightarrow -t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \rightarrow$ p: $y = 2x^2 - 4x;$
 2. Schnittpunkt mit der x-Achse:
 $y = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0; 2x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_2 = 2; S_x(2 | 0);$
 Scheitel: $x_s = 0,5(0 + 2) = 1 \rightarrow y_s = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 = -2$ oder
 $x^2 - 4x = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) = 2(x^2 - 2x + 1) - 2 = 2(x - 1)^2 - 2; \rightarrow S(1 | -2);$
 oder: die Parabel aus b) entsteht aus der Parabel von a) durch Verschiebung um 2 nach unten \rightarrow Verschiebung des Scheitels: $S_a(1|0) \rightarrow S_b(1|-2)$

- c) ein gemeinsamer Punkt für p und g \Leftrightarrow eine Lsg. für $2x^2 - 4x - t = 4x - 11$
 \Leftrightarrow eine Lsg. für $2x^2 - 8x + 11 - t = 0 \Leftrightarrow$ Diskriminante $D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot (11 - t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$
 \rightarrow p: $y = 2x^2 - 4x - 3;$ (noch mal um 3 nach unten)
 Berührungspunkt P: $x = \frac{-(-8)}{2 \cdot 2} = 2; y = 4 \cdot 2 - 11 = -3; B(2 | -3)$



- 9) a) $L = [0; 2]$
 b) $\alpha)$ z.B.: Alle Vorzeichen ändern $\rightarrow y = x^2 - 2x \rightarrow$
 \rightarrow Spiegelung an der x-Achse \rightarrow die beiden Nullstellen bleiben
 $\beta)$ z.B.: α um 2 nach oben schieben $\rightarrow y = x^2 - 2x + 2$
 nur noch gemeinsamer Scheitelpunkt $(1|1)$
 $\gamma)$ z.B.: α um 3 nach oben schieben $\rightarrow y = x^2 - 2x + 3$

10) $E = \frac{1}{2} m v^2 \cdot \frac{2}{m}; \frac{2E}{m} = v^2; v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ für $v \geq 0;$

- $\alpha)$ v wird verfünffacht $\rightarrow E$ wird fünfundzwanzig mal so groß, denn $E \sim v^2$ (kurz: $v' = 5v \Rightarrow E' = 25 E$)
 $\beta)$ v wird halbiert $\rightarrow E$ wird geviertelt (kurz: $v' = 0,5 v \Rightarrow E' = 0,25 E$)

11) Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck BMP: $\overline{BP}^2 = \overline{MP}^2 - \overline{MB}^2 = (20\text{cm})^2 - (5\text{cm})^2 = 375 \text{ cm}^2$
 $\Rightarrow \overline{BP} = 5\sqrt{15} \text{ cm} \Rightarrow \frac{\overline{BP}}{\overline{MP}} = \frac{5\sqrt{15}}{20} = \frac{\sqrt{15}}{4} \approx 96,8 \%$. \rightarrow \overline{BP} ist um ca. 3,2 % kleiner als \overline{MP} .

12) $r = \overline{MP} = \sqrt{(-10 - (-18))^2 + (7 - (-3))^2} = \sqrt{8^2 + 10^2} = \sqrt{164} = 2\sqrt{41}$.

13) Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck YPA: $\overline{AP} = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3567,41} \text{ m} \approx 59,7 \text{ m};$

Höhensatz im großen Dreieck: $\overline{AP}^2 = b \cdot p \Rightarrow p = \frac{\overline{AP}^2}{b} = \frac{3567,41\text{m}^2}{17,0\text{m}} \approx 209,8 \text{ m};$

Pythagoras im rechten Teildreieck: $x = \sqrt{p^2 + \overline{AP}^2} \approx \sqrt{47583,45} \text{ m} \approx 218 \text{ m}.$

oder: Kathetensatz im großen Dreieck $\rightarrow \overline{YX} = a^2 : b = \dots ; x = \sqrt{\overline{YX}^2 - a^2} \approx \sqrt{47583,45} \text{ m} \approx 218 \text{ m}.$

- 14) Die Diagonale d des Schrankes muss kleiner als 2,50 m sein. Für die Schrankhöhe h gilt mit

Pythagoras: $h < \sqrt{d^2 - t^2} = \sqrt{(2,5\text{m})^2 - (0,6\text{m})^2} = \sqrt{5,89} \text{ m} = 2,4269322 \dots \text{ m}$

Der Schrank darf höchstens 2,42 m hoch sein.

15) Die Raumdiagonale d des Quaders muss **mindestens so groß** sein wie die Länge der Nadel (*praktisch: wegen der Dicke der Nadel größer als deren Länge*)

$$\text{Grenzfall: } d = \sqrt{l^2 + (51\text{mm})^2 + (32\text{mm})^2} = 85 \text{ mm} \Rightarrow 1$$

→ Die Schachtel muss länger sein als 60 mm

16) $a = 8 \text{ cm}$; $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3} \cdot 64}{4} \text{ cm}^2 = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

17) b) Volumen: $V_P = G_P \cdot h_P$,

wobei $G_P = \text{Trapezfläche} = \frac{1}{2} (2,5\text{cm} + 1\text{cm}) \cdot 2\text{cm} = 3,5 \text{ cm}^2$

und $h_P = 1,5 \text{ cm}$

→ Volumen: $V_P = 3,5 \text{ cm}^2 \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{5,25 \text{ cm}^3}$

Oberfläche: $O_P = 2 \cdot G_P + A$ (Rechteck; *siehe Netz!*) =

$$= 2 \cdot 3,5 \text{ cm}^2 + (2,5\text{cm} + 2,5\text{cm} + 1\text{cm} + 2\text{cm}) \cdot 1,5\text{cm} = \dots = \underline{19 \text{ cm}^2}$$

18) $V = \frac{1}{3} r^2 \pi h$; $h = d = 2r \rightarrow V = \frac{1}{3} r^2 \pi 2r = \frac{2}{3} r^3 \pi$ also $\frac{2}{3} r^3 \pi = 1 \text{ dm}^3$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{3}{2\pi} \text{ dm}^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}} \text{ dm} = 0,781\dots \text{ dm} \rightarrow h = 2r = 1,56\dots \text{ dm} \approx 1,6 \text{ dm}$$

19) a) $O = 8G \Leftrightarrow 2r^2\pi + 2r\pi h = 8 r^2\pi h \Leftrightarrow 2r\pi h = 6 r^2\pi h \Leftrightarrow h = 3r$

b) $V = r^2\pi h = r^2\pi \cdot 3r = 3r^3\pi = 3 \cdot (25\text{cm})^3\pi = 147262,1\dots \text{ cm}^3 \approx 150 \text{ Liter}$

20) $V = V_{\text{Prisma}} + 2 V_{\text{Pyramide}} = (\frac{1}{2} \cdot 6\text{m} \cdot 5\text{m}) \cdot 8\text{m} + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (6\text{m} \cdot 3\text{m}) \cdot 5\text{m} = 15\text{m}^2 \cdot 8\text{m} + \frac{4}{3} \cdot 9\text{m}^2 \cdot 5\text{m} = 180\text{m}^3$

$O = 2 A_{\text{Trapez}} + 2 A_{\text{Dreieck}}$;

Für die Höhe h_s im Dreieck gilt mit Pythagoras: $h_s = \sqrt{h^2 + (3\text{m})^2} = \sqrt{(5\text{m})^2 + 9\text{m}^2} = \sqrt{34\text{m}}$;

h_s ist auch die ‚Höhe‘ im Trapez;

$$O = 2 \cdot \frac{8\text{m} + 14\text{m}}{2} \cdot \sqrt{34\text{m}} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6\text{m} \cdot \sqrt{34\text{m}} = 22\sqrt{34\text{m}^2} + 6\sqrt{34\text{m}^2} = 28\sqrt{34\text{m}^2}$$

21) a) $\tan \alpha = 0,15 \Rightarrow \alpha = 8,53\dots^\circ \approx 8,5^\circ$

b) $g: y = mx + t$ mit Steigung $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ und y -Abschnitt $t = -3 \rightarrow g: y = \sqrt{3}x - 3$

c) $2x - 3y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \rightarrow \text{Steigung} = \frac{2}{3}$; $\tan \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Steigungswinkel } \alpha \approx 34^\circ$

$$S_y(0 | \frac{4}{3}) ; y = 0 \Rightarrow 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow S_x(-2 | 0)$$

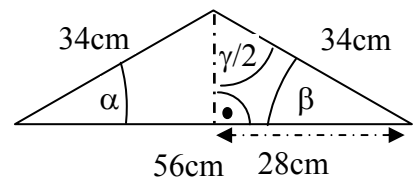
22) $\cos \delta = \frac{3\text{m}}{4\text{m}} = 0,75 \Rightarrow \delta = 41,4\dots^\circ \approx 41^\circ$; $\sin 20^\circ = \frac{y}{3\text{m}} \Rightarrow y = 3\text{m} \cdot \sin 20^\circ = 1,02\dots\text{m} \approx 1,0\text{m}$

23) Hier gleichschenkliges Dreieck

\Rightarrow Winkelhalbierende $w_\gamma =$ Seitenhalbierende = Höhe

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{28\text{cm}}{34\text{cm}} = \frac{14}{17} \Rightarrow \alpha = \beta \text{ (Basiswinkel gleich groß)} = 34,5\dots^\circ \approx 35^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = 180^\circ - 2\beta = 110,8\dots^\circ \approx 111^\circ$$

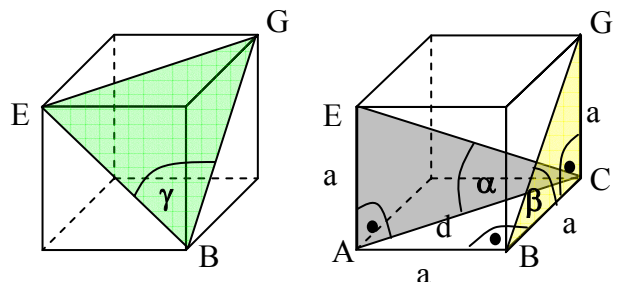


24) a) rechtwinkliges Stützdreieck ACE:

$$\tan \alpha = \frac{a}{d} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 35,26\dots^\circ \approx 35^\circ$$

b) Stützdreieck BCG ist gleichschenkelig $\Rightarrow \beta = 45^\circ$

c) ΔEBG ist gleichseitig $\Rightarrow \gamma = 60^\circ$



25) Baumdiagramm zur Veranschaulichung nützlich; hier aus Platzgründen nicht gezeichnet

a) $P(A) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} (\approx 57,9\%)$; oder mit der Def. der Laplacewahrscheinlichkeit: $P(A) = \frac{|\Omega|}{|\Omega|} = \frac{5^3}{6^3}$

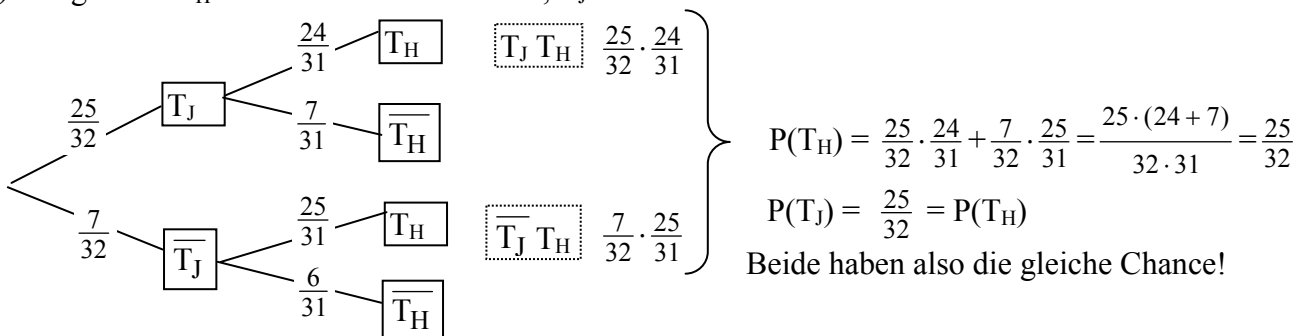
b) $P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216} = \frac{25}{72} (\approx 34,7\%)$

6 beim 1. Wurf oder beim 2. Wurf oder beim 3. Wurf; auch hier wieder mit Laplacewskt. möglich

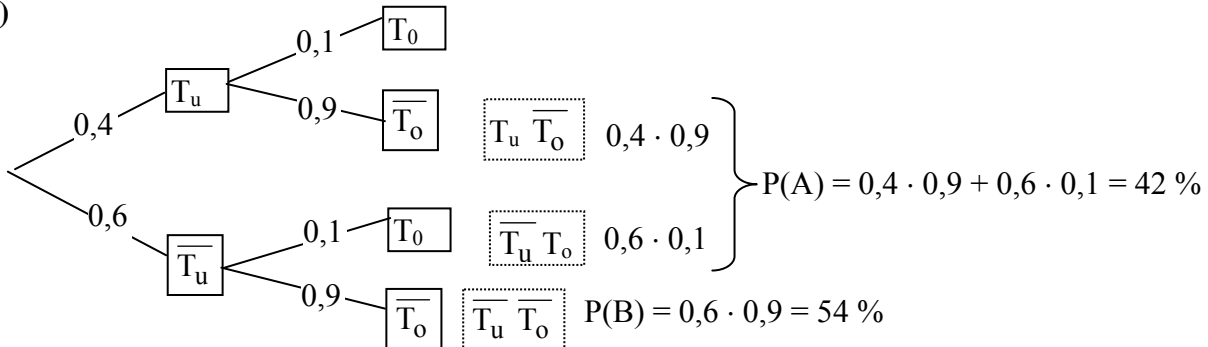
c) $P(C) = P(\text{keine Sechs oder genau eine Sechs}) = P(A) + P(B) = \frac{200}{216} = \frac{25}{27} (\approx 92,6\%)$

d) Das Gegenereignis zu $D = \text{„höchstens eine Sechs“}$ ist $\bar{D} = \text{„gar keine Sechs“} = A \Rightarrow P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - P(A) = \frac{91}{216} (\approx 42,1\%)$

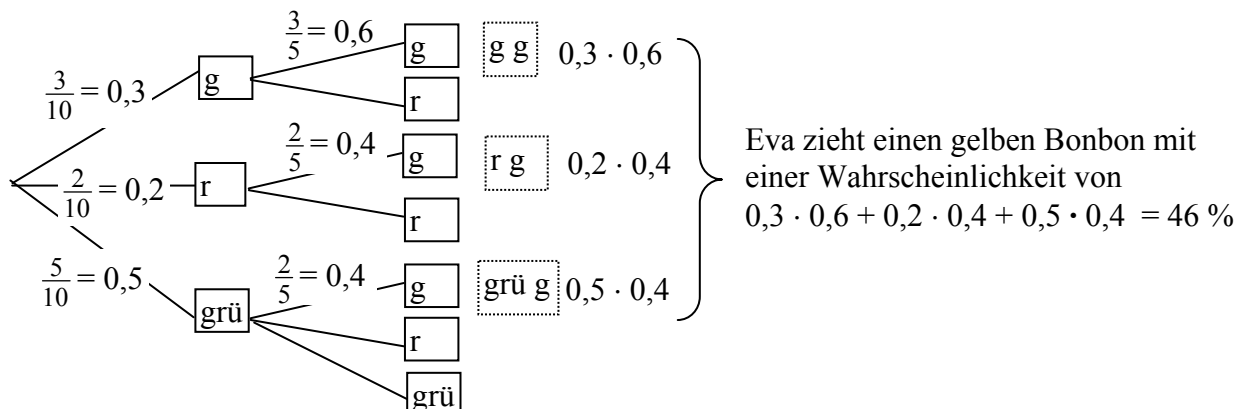
26) Ereignisse: $T_H = \text{Hans hat einen Treffer}$; $T_J = \text{Jana hat einen Treffer}$



27)



28)



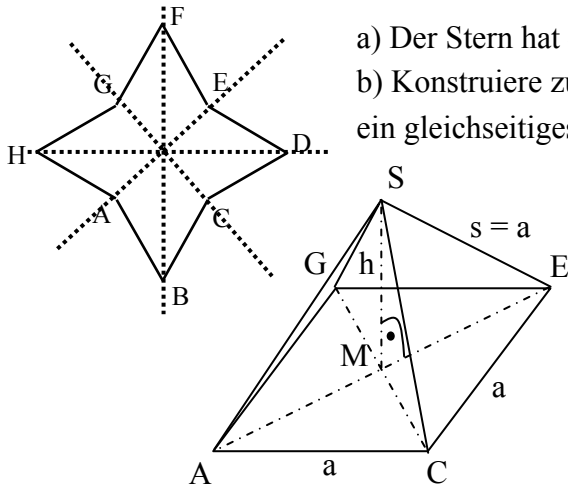
29) Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck ABC liefert: $\overline{AB} = \sqrt{(3\text{km})^2 + (6\text{km})^2} = 3\sqrt{5} \text{ km}$;

$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t_{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{v_{\overline{AB}}} = \frac{3\sqrt{5}\text{km}}{30\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{\sqrt{5}}{10} \text{ h} \approx 0,22\text{h}$; $t_{\text{Hauptstraße}} = \frac{3\text{km}+6\text{km}}{50\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{9}{50} \text{ h} = 0,18\text{h}$;

=> keine Zeitersparnis

Gesucht: v für $\overline{AB} = 3\sqrt{5} \text{ km}$, so dass $t < 0,18 \text{ h}$; $v = \frac{s}{t} = \frac{3\sqrt{5}\text{km}}{0,18\text{h}} = 37,26... \frac{\text{km}}{\text{h}}$ => lohnt ab $v = 38 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

30)



a) Der Stern hat 4 Symmetrieachsen.

b) Konstruiere zuerst das Quadrat ACEG und dann über jeder Quadratseite ein gleichseitiges Dreieck (z.B. $F = k(G; r = a) \cap k(E; r = a)$)

c) Die Pyramide hat die Kantenlänge $s = a$;

halbe Grundflächendiagonale $\overline{ME} = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$

Pythagoras im ΔMES : $h^2 = a^2 - \left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2$

$$\Rightarrow h = \frac{a}{2}\sqrt{2} \quad (= 3,53 \dots \text{ cm})$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{6} a^3 \sqrt{2} = \frac{1}{6} (5 \text{ cm})^3 \sqrt{2} = 29,46 \dots \text{ cm}^3 \approx 29 \text{ cm}^3 \quad (2 \text{ g.Z.})$$

d) Die Länge der Strecke [AB] ist die Seitenkante s der Pyramide. Diese muss länger sein als die halbe Grundflächendiagonale : $s > \frac{a}{2}\sqrt{2}$; für $\overline{AB} \leq \frac{1}{2} \overline{AC}\sqrt{2}$ also keine Pyramide möglich

(vgl. Skizze; je kürzer s , desto flacher die Pyramide; für $s = \frac{a}{2}\sqrt{2}$ ist die Pyramide „platt“)

31) a) $A_{\text{Trapez}} = \frac{15+3}{2} \cdot 8 = 72$.

b) $F(2 | y)$; $A_{\text{Rechteck}} = 2 \cdot y = 2 \cdot 12 = 24$.

c) Die Gerade CD hat die Gleichung $g: y = m \cdot x + 15$, denn 15 ist die y-Koordinate von D.

Wegen $C(8 | 3) \in g$ gilt: $3 = m \cdot 8 + 15$; $-12 = 8m$; $m = -1,5$; $\Rightarrow g: y = -1,5x + 15$.

Wegen $F \in g$ hat F die Koordinaten $F(x | -1,5x + 15)$, für die Fläche gilt also

$$A(x) = x \cdot (-1,5x + 15) = -1,5x^2 + 15x = 15x - 1,5x^2 \quad (= 15 \cdot x \cdot (-10 + x))$$

d) $A(x) = -1,5x^2 + 15x = -1,5(x^2 - 10x + 5^2 - 5^2) = -1,5(x - 5)^2 + 37,5 \Rightarrow$ die zugehörige Parabel ist nach unten geöffnet und hat als ‚höchsten Punkt‘ den Scheitel $S(5 | 37,5)$

\Rightarrow max. Flächeninhalt für $x = 5$. (oder $x_{\text{Scheitel}} = \text{Mittelwert der beiden Nullstellen } 0 \text{ und } 10$)

32) a) $V = V_{\text{Quader}} + V_{\text{Pyramide}} = 2,4\text{m} \cdot 3,0\text{m} \cdot 2,0\text{m} + \frac{1}{3} \cdot 2,4\text{m} \cdot 3,0\text{m} \cdot 3,0\text{m} = 14,4\text{m}^3 + 7,2\text{m}^3 = 21,6\text{m}^3$.

b) Vorderansicht \rightarrow für die ‚Breite‘ b gilt: $\frac{b}{3,0\text{m}} = \frac{1,0\text{m}}{3,0\text{m}} \Rightarrow b = 1,0 \text{ m}$ (2. Strahlensatz, V-Figur);

Seitenansicht \rightarrow für die ‚Tiefe‘ t gilt: $\frac{t}{2,4\text{m}} = \frac{1,0\text{m}}{3,0\text{m}} \Rightarrow t = 0,8 \text{ m}$ (2. Strahlensatz, V-Figur);

\Rightarrow Wasseroberfläche $A = 1\text{m} \cdot 0,8 \text{ m} = 0,8 \text{ m}^2$ oder kürzer :

$$\text{zentr. Steckung der Pyramidengrundfläche mit Faktor } \left(\frac{1\text{m}}{3\text{m}}\right)^2 : A = \frac{1}{9} \cdot 2,4\text{m} \cdot 3\text{m} = 0,8 \text{ m}^2$$

c) Wasserhöhe $h =$ Pyramidenhöhe $= 1,5 \text{ m}$ (oberhalb von A)

Vorderansicht, für die ‚Breite‘ b gilt: $\frac{b}{3\text{m}} = \frac{1,5\text{m}}{3,0\text{m}} \Rightarrow b = 1,5 \text{ m}$ (2. Strahlensatz, V-Figur);

Seitenansicht, für die ‚Tiefe‘ t gilt: $\frac{t}{2,4\text{m}} = \frac{1,5\text{m}}{3,0\text{m}} \Rightarrow t = 1,2 \text{ m}$ (2. Strahlensatz, V-Figur);

\Rightarrow Wasservolumen $V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} = 0,9 \text{ m}^3 = 900 \text{ l}$ (oder kürzer : $V = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 7,2\text{m}^3$)

d) E, denn zuerst steigt die Höhe schnell an (wegen der „Enge“ bei A), dann steigt sie wegen der größer werdenden Grundfläche der „Wasserpypamide“ immer langsamer an; im Quarterteil dann linearer Zusammenhang mit der Zeit; sobald der Tank voll ist, bleibt die Wasserhöhe konstant (also nicht B)
Genauer : a) $\rightarrow V_{\text{Quader}} = 2 \cdot V_{\text{Pyramide}} \Rightarrow$ Die Füllung des Quaders (\leftrightarrow Geradenstück) dauert doppelt so lang wie die Füllung der Pyramide (\leftrightarrow krummer Diagrammteil), dann ist der Tank voll!